

MODELOWANIE ROZMYTE

ZBIORY ROZMYTE 2

Dr hab. inż. Grzegorz Dudek
Wydział Elektryczny
Politechnika Częstochowska

Projekt finansowany w ramach programu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego pod nazwą „Regionalna Inicjatywa Doskonałości” w latach 2019 - 2022 nr projektu 020/RID/2018/19 kwota finansowania 12 000 000 PLN

FUNKCJE PRZYNALEŻNOŚCI W MATLABIE

The screenshot shows the MATLAB Help documentation interface. The browser tabs at the top include 'Foundations of Fuzzy Logic', 'gbellmf', 'fismf', and '+'. The 'Documentation' header is in blue. On the left, a 'CONTENTS' sidebar lists '« Documentation Home', '« Fuzzy Logic Toolbox', '« Fuzzy Inference System Modeling', and 'fismf'. Under 'fismf', there are links for 'ON THIS PAGE', 'Description', 'Creation', 'Properties', 'Object Functions', 'Examples', and 'See Also'. The main content area has tabs for 'All', 'Examples', 'Functions', 'Blocks', and 'Apps'. The 'fismf' section title is in orange. Below it, the text 'Fuzzy membership function' is followed by a link 'expand all in page'. The 'Description' section explains that a `fismf` object represents a type-1 fuzzy membership function in a fuzzy inference system (FIS). The 'Creation' section is followed by the 'Syntax' section, which shows four ways to create a `fismf` object: `mf = fismf`, `mf = fismf(type,parameters)`, `mf = fismf('Name',name)`, and `mf = fismf(type,parameters,'Name',name)`. The 'Description' section lists four examples of how to use the function to set properties, each with a link to an 'example'. The 'Properties' section is followed by a table with two rows: 'Name — Membership function name' and 'Type — Membership function type'. The first row shows the default value 'mf' and its data type 'string | character vector'. The second row is partially visible.

Help

Foundations of Fuzzy Logic x gbellmf x fismf x +

Documentation

Search Help

CONTENTS

- « Documentation Home
- « Fuzzy Logic Toolbox
- « Fuzzy Inference System Modeling
- fismf**
- ON THIS PAGE
- Description
- Creation
- Properties
- Object Functions
- Examples
- See Also

All Examples Functions Blocks Apps

fismf

Fuzzy membership function [expand all in page](#)

Description

Use a `fismf` object to represent a type-1 fuzzy membership function. For each input and output variable in a fuzzy inference system (FIS), one or more membership functions define the possible linguistic sets for that variable. For more information on membership functions, see [Foundations of Fuzzy Logic](#).

Creation

Syntax

```
mf = fismf
mf = fismf(type,parameters)
mf = fismf('Name',name)
mf = fismf(type,parameters,'Name',name)
```

Description

`mf = fismf` creates a fuzzy membership function (MF) with default type, parameters, and name. To change the membership function properties, use dot notation. [example](#)

`mf = fismf(type,parameters)` sets the Type and Parameters properties. [example](#)

`mf = fismf('Name',name)` sets the Name property. [example](#)

`mf = fismf(type,parameters,'Name',name)` sets the Type, Parameters, and Name properties.

Properties

[expand all](#)

>	Name — Membership function name "mf" (default) string character vector
<	Type — Membership function type

file:///C:/Program%20Files/MATLAB/R2020a/help/fuzzy/fismf.html

FUNKCJE PRZYNALEŻNOŚCI W MATLABIE

The screenshot shows the MATLAB Documentation browser window. The address bar indicates the URL is `file:///C:/Program%20Files/MATLAB/R2020a/help/fuzzy/gaussmf.html#d120e27378`. The page title is "Documentation". The left sidebar contains a "CONTENTS" menu with links to "Documentation Home", "Fuzzy Logic Toolbox", and "Fuzzy Inference System Modeling". The main content area is titled "gaussmf" and "Gaussian membership function". It includes a "Syntax" section with the code `y = gaussmf(x,params)`, a "Description" section explaining the function's purpose and its relation to Gaussian probability distributions, and an "Examples" section with a code snippet for plotting a Gaussian membership function. The code snippet is:

```
x = 0:0.1:10;  
y = gaussmf(x,[2 5]);  
plot(x,y)  
xlabel('gaussmf, P=[2 5]')
```

Help

Foundations of Fuzzy Logic x gbellmf x gaussmf x +

Documentation

Search Help

CONTENTS

- « Documentation Home
- « Fuzzy Logic Toolbox
- « Fuzzy Inference System Modeling

gaussmf

ON THIS PAGE

- Syntax
- Description
- Examples
- Input Arguments
- Output Arguments
- Alternative Functionality
- Extended Capabilities
- See Also

gaussmf

Gaussian membership function

Syntax

`y = gaussmf(x,params)`

Description

This function computes fuzzy membership values using a Gaussian membership function. You can also compute this membership function using a `fismf` object. For more information, see [fismf Object](#).

A Gaussian membership function is not the same as a Gaussian probability distribution. For example, a Gaussian membership function always has a maximum value of 1. For more information on Gaussian probability distributions, see [Normal Distribution](#) (Statistics and Machine Learning Toolbox).

`y = gaussmf(x,params)` returns fuzzy membership values computed using the following Gaussian membership function:

$$f(x; \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

To specify the standard deviation, σ , and mean, c , for the Gaussian function, use `params`. Membership values are computed for each input value in `x`.

Examples

▼ Gaussian Membership Function

Open Live Script

```
x = 0:0.1:10;  
y = gaussmf(x,[2 5]);  
plot(x,y)  
xlabel('gaussmf, P=[2 5]')
```

FUNKCJE PRZYNALEŻNOŚCI W MATLABIE

The screenshot shows the MATLAB Documentation browser for the **mfedit** function. The page includes sections for **Syntax**, **Description**, and **Examples**. The **Description** section explains that the **Fuzzy Logic Designer** app consists of several interactive systems, and **mfedit** opens the Membership Function Editor. The **Examples** section shows how to load or create a fuzzy inference system object.

Overlaid on the documentation is a window titled "Membership Function Editor: Untitled". This window contains a "FIS Variables" panel with two variables: **input1** (represented by a yellow square) and **output1** (represented by a cyan square). The main area is a "Membership function plots" graph for **input variable 'input1'**, showing a red sigmoidal curve labeled **male** on a scale from 0 to 10. Below the graph are two panels: "Current Variable" (showing **input1** as an **input** variable with a range of **[0 10]**) and "Current Membership Function (click on MF to select)" (showing the **male** function as a **sigmf** type with parameters **[10 8]**). At the bottom of the editor window, a status bar indicates "Changing parameter for MF 1 to [10 8]".

file:///C:/Program%20Files/MATLAB/R2020a/help/fuzzy/building-systems-with-fuzzy-logic-toolbox-software.html

FUNKCJE PRZYNALEŻNOŚCI W MATLABIE

The image shows the MATLAB R2020a Live Editor interface. The main window displays a script titled "Membership Function Gallery" which demonstrates how to use 11 membership functions from the Fuzzy Logic Toolbox. The script is divided into three sections: defining the functions, evaluating them, and plotting the results.

Define membership functions.

```
1 mf = [...  
2   fismf('trapmf',[-19 -17 -12 -7]) ...  
3   fismf('gbellmf',[3 4 -8]) ...  
4   fismf('trimf',[-9 -1 2]) ...  
5   fismf('gaussmf',[3 5]) ...  
6   fismf('gauss2mf',[3 10 5 13]) ...  
7   fismf('smf',[11 17]) ...  
8   fismf('zmf',[-18 -10]) ...  
9   fismf('psigmf',[2 -11 -5 -4]) ...  
10  fismf('dsigmf',[5 -3 1 5]) ...  
11  fismf('pimf',[0 7 11 15]) ...  
12  fismf('sigmf',[2 15]) ...  
13  ];
```

Evaluate the membership functions.

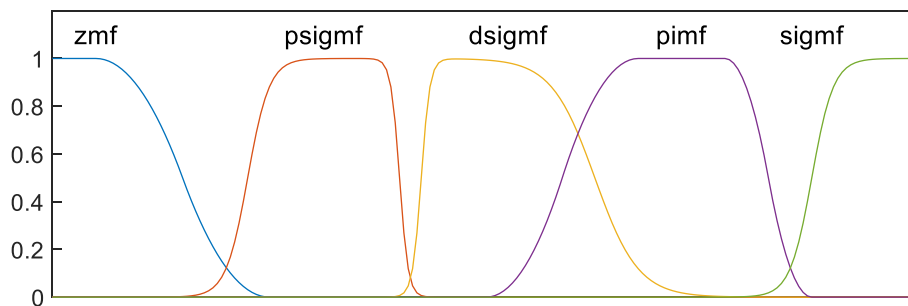
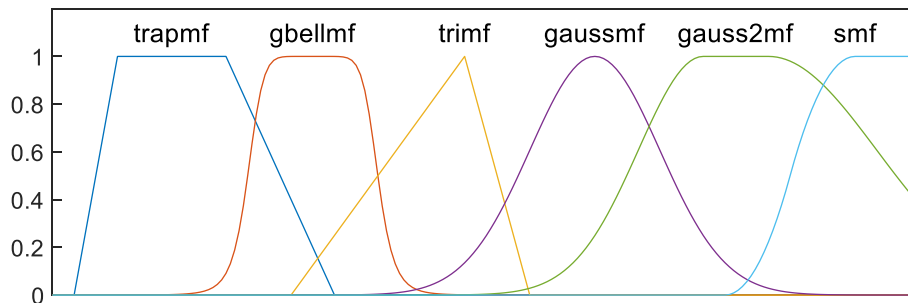
```
14 x = linspace(-20,20,201);  
15 y = evalmf(mf,x);
```

Plot the evaluated membership functions with labels.

```
16 subplot(2,1,1);  
17 plot(x,y(1:6,:));
```

The right side of the interface shows the Workspace window with variables: `a` (1), `ans` (1x1 fismf), and `b` (1). The Command Window shows the prompt `f>>`.

FUNKCJE PRZYNALEŻNOŚCI W MATLABIE



ZAPIS SYMBOLICZNY ZBIORÓW ROZMYTYCH

Jeżeli X jest przestrzenią o skończonej liczbie elementów $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, to zbiór rozmyty $A \subseteq X$ zapisuje się jako:

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

gdzie kreska ułamkowa oznacza sparowanie elementu z jego stopniem przynależności, a znak $+$ oznacza sumę mnogościową elementów.

Jeżeli X jest przestrzenią ciągłą (o nieskończonej liczbie elementów), to zbiór rozmyty zapisuje się jako:

$$A = \int_X \frac{\mu_A(x)}{x}$$

ZAPIS SYMBOLICZNY ZBIORÓW ROZMYTYCH

Przykłady

Zbiór rozmyty "liczby naturalne bliskie 7":

$$A = \frac{0,2}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,8}{6} + \frac{1}{7} + \frac{0,8}{8} + \frac{0,5}{9} + \frac{0,2}{10}$$

Zbiór rozmyty "samochody luksusowe":

$$A = \frac{1}{\text{Maybach 62}} + \frac{1}{\text{Jaguar XF}} + \frac{0,98}{\text{Toyota Crown Majesta}} + \frac{0,1}{\text{Fiat Punto}} + \frac{0,4}{\text{Kia Venga}} + \frac{0,3}{\text{Citroen Xsara}}$$

ZAPIS SYMBOLICZNY ZBIORÓW ROZMYTYCH

Podstawowe operacje na zbiorach w notacji symbolicznej

$$\mathbb{A} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.2}{5} \right\} \quad \mathbb{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$$

Dopełnienie	$\overline{\mathbb{A}} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0.8}{5} \right\} \quad \overline{\mathbb{B}} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.6}{5} \right\}$
Suma	$\mathbb{A} \cup \mathbb{B} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$
Przecięcie	$\mathbb{A} \cap \mathbb{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$
Różnica	$\mathbb{A} \setminus \mathbb{B} = \mathbb{A} \cap \overline{\mathbb{B}} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.2}{5} \right\} \quad \mathbb{B} \setminus \mathbb{A} = \mathbb{B} \cap \overline{\mathbb{A}} = \left\{ \frac{0}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \right\}$
Prawa de Morgana	$\overline{\mathbb{A} \cup \mathbb{B}} = \overline{\mathbb{A}} \cap \overline{\mathbb{B}} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0.6}{5} \right\}$ $\overline{\mathbb{A} \cap \mathbb{B}} = \overline{\mathbb{A}} \cup \overline{\mathbb{B}} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.8}{5} \right\}$

ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE

Zbiór rozmyty normalny – taki którego wysokość $\sup \mu_A(x) = 1$

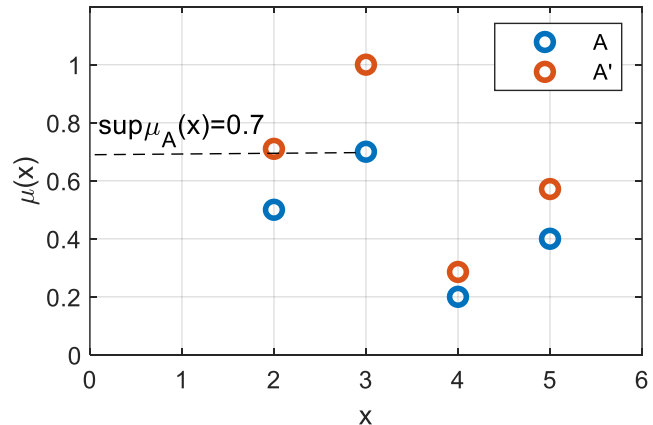
Jeśli zbiór rozmyty nie jest normalny, to można go znormalizować dzieląc jego funkcje przynależności przez jego wysokość

$$\mu_{A'}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\sup \mu_A(x)}$$

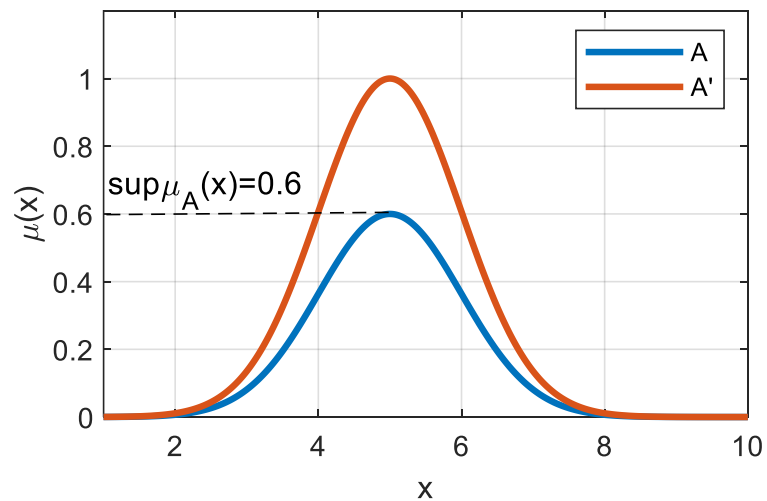
$$A = \left\{ \frac{0,5}{2}, \frac{0,7}{3}, \frac{0,2}{4}, \frac{0,4}{5} \right\}$$

$$\sup \mu_A(x) = 0,7$$

$$A' = \left\{ \frac{0,71}{2}, \frac{1}{3}, \frac{0,29}{4}, \frac{0,57}{5} \right\}$$



ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE



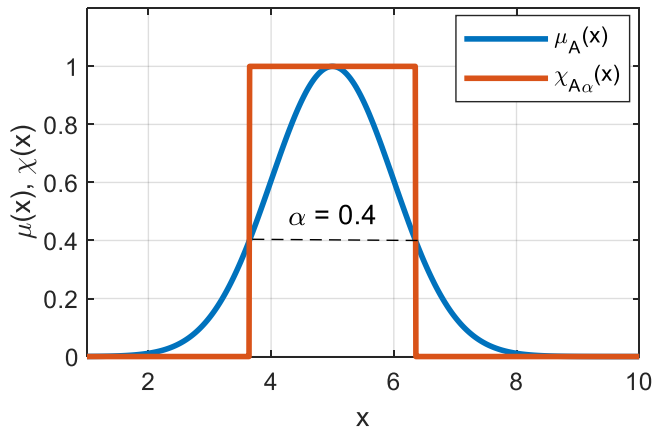
ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE

α -przekrój zbioru rozmytego – zbiór nierozmyty powstały na bazie zbioru rozmytego, który zawiera elementy

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Funkcja charakterystyczna **α -przekroju**

$$\chi_{A_\alpha}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } \mu_A(x) \geq \alpha \\ 0 & \text{dla } \mu_A(x) < \alpha \end{cases}$$



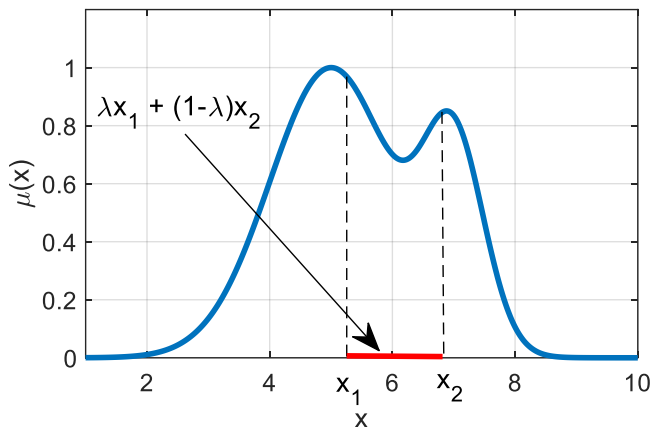
$$A_\alpha = [3.65, 6.35]$$

ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE

Zbiór rozmyty A jest **wypukły**, gdy dla dowolnych x_1 i $x_2 \in X$ oraz $\lambda \in [0, 1]$ zachodzi

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$$

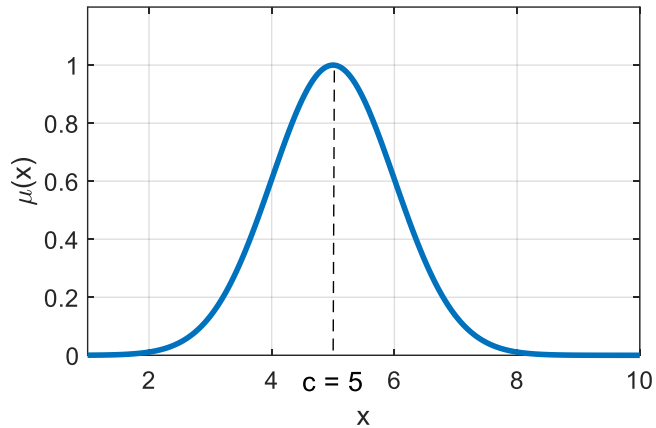
Zbiór rozmyty **wklęsły**:



ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE

Zbiór rozmyty jest **symetryczny** względem c jeśli dla każdego $x \in X$ zachodzi

$$\mu_A(c + x) = \mu_A(c - x)$$



ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE

Zbiór rozmyty jest **lewostronnie otwarty**, gdy

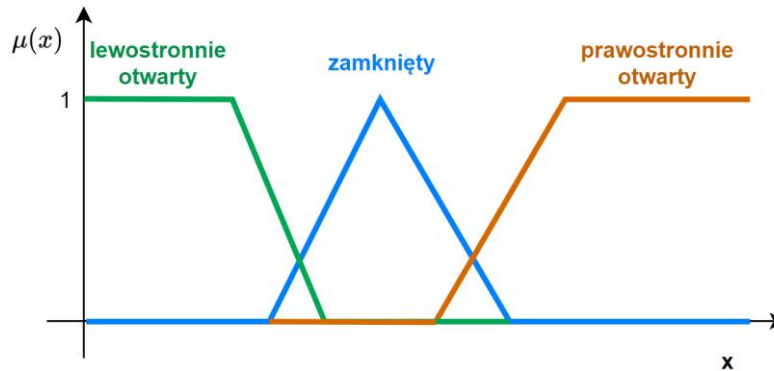
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \mu_A(x) = 0 \end{cases}$$

prawostronnie otwarty, gdy

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \mu_A(x) = 1 \end{cases}$$

oraz **zamknięty**, jeżeli

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \mu_A(x) = 0$$



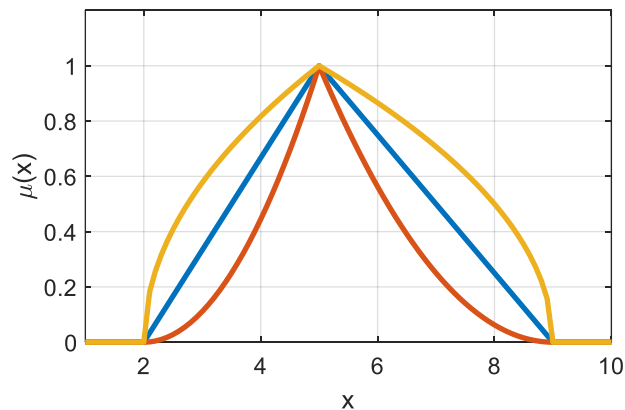
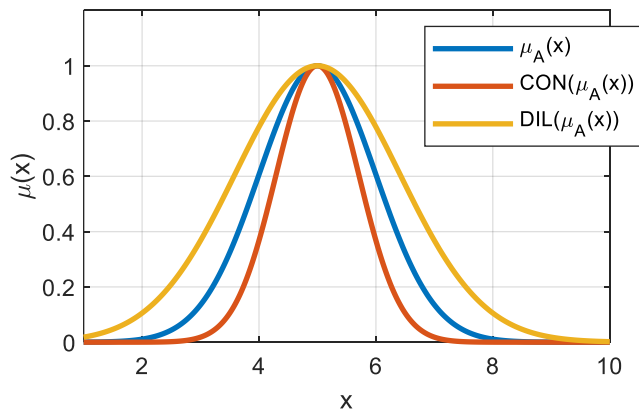
ZBIORY ROZMYTE – DODATKOWE DEFINICJE

Koncentracja zbioru rozmytego A jest zbiorem rozmytym o następującej funkcji przynależności

$$\mu_{\text{CON}(A)}(x) = (\mu_A(x))^2$$

Rozcieńczenie zbioru rozmytego A jest zbiorem rozmytym o następującej funkcji przynależności

$$\mu_{\text{DIL}(A)}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$$



Zasada rozszerzania umożliwia rozszerzenie dziedziny funkcji matematycznych $f(x)$ z klasycznych zbiorów na zbiory rozmyte.

Niech A będzie zbiorem rozmytym w przestrzeni X :

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n}$$

a funkcja $y = f(x)$ odwzorowuje jednoznacznie przestrzeń X na Y , to odwzorowanie zbioru rozmytego A przez tę funkcję na zbiór rozmyty B ma postać:

$$B = \frac{\mu_A(x_1)}{f(x_1)} + \frac{\mu_A(x_2)}{f(x_2)} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{f(x_n)}$$

czyli

$$\mu_B(y_i) = \mu_A(x_i)$$

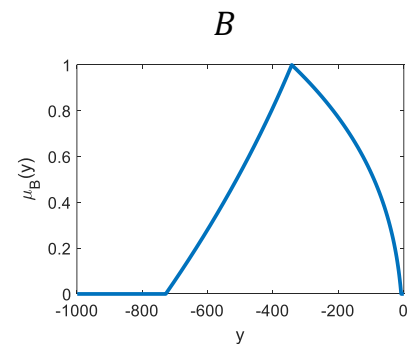
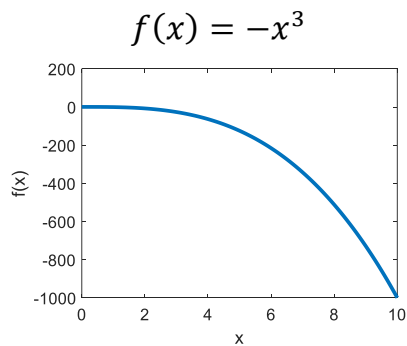
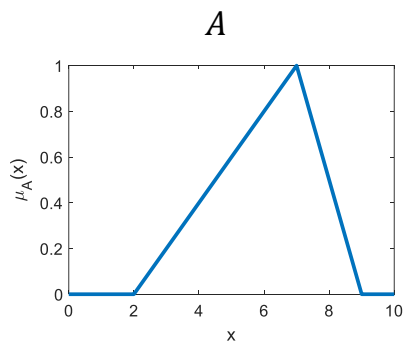
Przykład 1.

$$A = \frac{0,1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{0.6}{8}$$

$$f(x) = 2x + 5$$

$$B = \frac{0,1}{13} + \frac{1}{17} + \frac{0.6}{21}$$

Przykład 2.



Jeśli funkcja $y = f(x)$ odwzorowuje przestrzeń X na Y niejednoznacznie, to odwzorowanie zbioru rozmytego A przez tę funkcję na zbiór rozmyty B ma postać:

$$B = f(A) = \{(y, \mu_B(y)) \mid y = f(x), x \in X\}$$

gdzie

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{\{x \mid f(x)=y\}} \mu_A(x) & \text{jeżeli } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{jeżeli } f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}$$

Jako sup (supremum) możemy stosować dowolną s-normę.

Przykład 1.

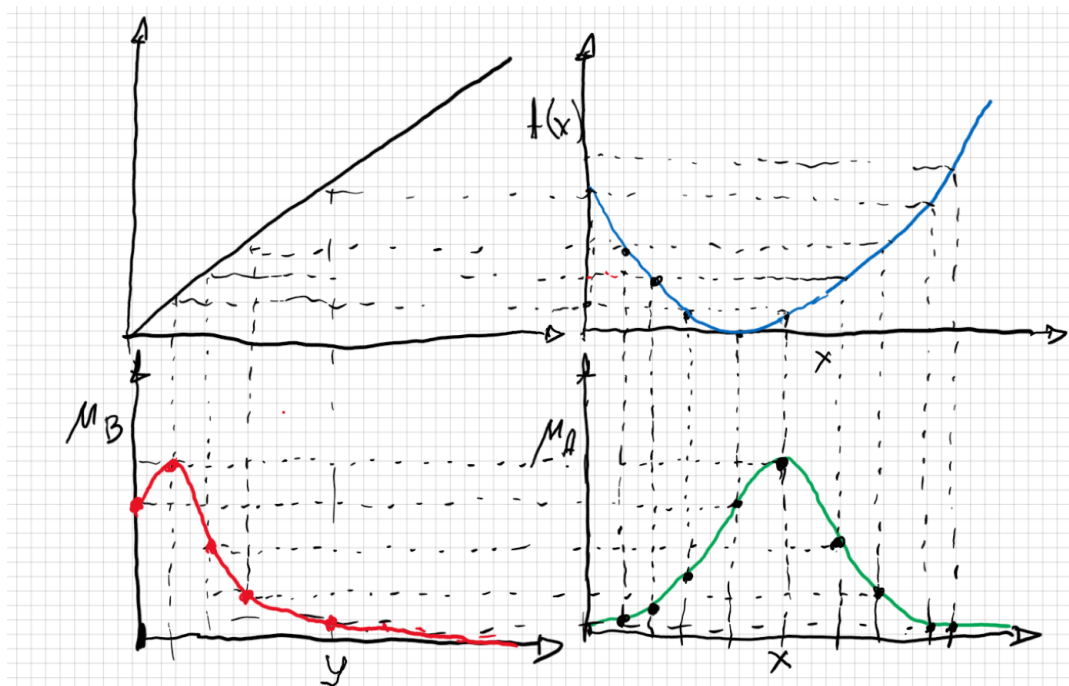
$$A = \frac{0,2}{-2} + \frac{0,8}{-1} + \frac{1}{0} + \frac{0,7}{1} + \frac{0,1}{2}$$

$$f(x) = x^2 - 2$$

Stosując jako s-normę operację maksimum otrzymujemy:

$$B = \frac{1}{-2} + \frac{s(0,8; 0,7)}{-1} + \frac{s(0,2; 0,1)}{2} = \frac{1}{-2} + \frac{0,8}{-1} + \frac{0,2}{2}$$

Przykład 2.



Zasada rozszerzania dla funkcji wieloargumentowej $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ o dziedzinie $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ i przeciwdziedzinie Y .

Niech $A_1, A_2, \dots, A_n$ będą zbiorami rozmytymi zdefiniowanymi na przestrzeni $X_1, X_2, \dots, X_n$. Argumenty funkcji $x_1, x_2, \dots, x_n$ muszą przyjmować określone wartości jednocześnie, aby wyznaczyć $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Sugeruje to powiązanie argumentów operacją „i”, która realizowana jest za pomocą t -normy.

Wynikiem odwzorowania zbiorów $A_1, A_2, \dots, A_n$ przez funkcję f jest zbiór rozmyty:

$$B = f(A_1, A_2, \dots, A_n) = \{(y, \mu_B(y)) \mid y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n\}$$

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \sup_{\{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid f(x_1, x_2, \dots, x_n) = y\}} t(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)) & \text{jeżeli } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{jeżeli } f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}$$

Jako sup (supremum) możemy stosować dowolną s -normę.

Przykład

Niech A_1 będzie zbiorem rozmytym liczb „bliskich liczby 2”:

$$A_1 = \frac{0,7}{1} + \frac{1}{2} + \frac{0,8}{3}$$

Niech A_2 będzie zbiorem rozmytym liczb „bliskich liczby 4”:

$$A_2 = \frac{0,6}{2} + \frac{1}{4} + \frac{0,5}{6}$$

Jeżeli $y = f(x_1, x_2) = x_1 x_2$, to zbiór rozmyty $B = f(x_1, x_2)$ będzie reprezentował liczby „bliskie liczby 8”:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\min(0,7; 0,8)}{2} + \frac{\max[\min(0,7; 1), \min(1; 0,6)]}{4} + \frac{\max[\min(0,7; 0,5), \min(0,8; 0,6)]}{6} + \\ &\quad + \frac{\min(1; 1)}{8} + \frac{\max[\min(1; 0,5), \min(0,8; 1)]}{12} + \frac{\min(0,8; 0,5)}{18} = \\ &= \frac{0,7}{2} + \frac{0,7}{4} + \frac{0,6}{6} + \frac{1}{8} + \frac{0,8}{12} + \frac{0,5}{18} \end{aligned}$$