

# SZTUCZNA INTELIGENCJA

## SYSTEMY NEURONOWO-ROZMYTE

Dr hab. inż. Grzegorz Dudek  
Wydział Elektryczny  
Politechnika Częstochowska

*Projekt finansowany w ramach programu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego pod nazwą „Regionalna Inicjatywa Doskonałości” w latach 2019 - 2022 nr projektu 020/RID/2018/19 kwota finansowania 12 000 000 PLN*

- Sieci neuronowo-rozmyte pozwalają na automatyczne tworzenie reguł na podstawie przykładów zgromadzonych w zbiorze uczącym, zastępując w ten sposób eksperta.
- Podobnie jak w sieciach neuronowych parametry systemu neuronowo-rozmytego dobierane są w procesie uczenia.
- Sieć neuronowo-rozmyta łączy w sobie czytelność reguł rozmytych i adaptacyjność samouczących się sieci neuronowych.

# SYSTEM NEURONOWO-ROZMYTY TYPU MAMDANIEGO

System RSW opisany na poprzednim wykładzie można przedstawić w postaci struktury sieciowej.

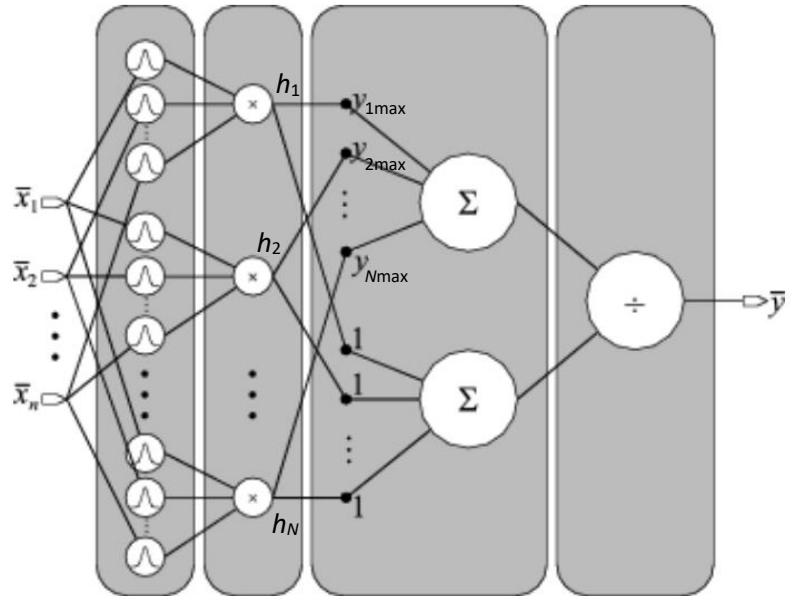
Przyjmijmy, że wyostrzanie realizujemy metodą wysokości:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^N h_k y_{k \max}}{\sum_{k=1}^N h_k}$$

gdzie:

$$h_k = t(\mu_{A_1^k}(\bar{x}_1), \mu_{A_2^k}(\bar{x}_2), \dots, \mu_{A_n^k}(\bar{x}_n))$$

$$y_{k \max} = \sup \mu_{B^k}(y)$$



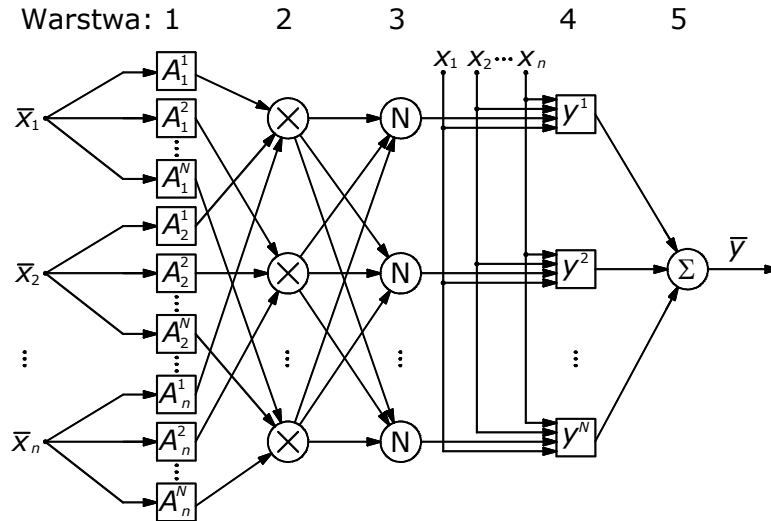
# SYSTEM NEURONOWO-ROZMYTY TYPU TSK

W modelu Takagi-Sugeno-Kanga (TSK) baza reguł ma charakter rozmyty tylko w części przesłankowej, natomiast w części konkluzyjnej występują zależności funkcyjne.

Pojedyncza reguła ma postać:

$R_k$ : JEŻELI  $x_1$  jest  $A_1^k$  I ... I  $x_n$  jest  $A_n^k$  TO  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Schemat sieci:



# SYSTEM NEURONOWO-ROZMYTY TYPU TSK

Sposób przetwarzania danych przez kolejne warstwy sieci (model ANFIS – Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System):

**Warstwa 1.** Elementy tej warstwy realizują funkcje przynależności składowych wektora wejściowego  $\bar{x}_i$  do zbiorów  $A_i^k$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  (numer składowej),  $k = 1, 2, \dots, N$  (numer reguły). Np. gaussowskie funkcje przynależności:

$$\mu_{A_i^k}(x_i) = \exp \left[ - \left( \frac{x_i - c_i^k}{\sigma_i^k} \right)^2 \right]$$

gdzie  $c_i^k$  i  $\sigma_i^k$  to **parametry przesłanki** (środek i szerokość funkcji Gaussa)

**Warstwa 2.** Wyznaczenie stopnia odpalenia  $k$ -tej reguły  $h_k$  (zwanego wcześniej poziomem odcięcia). Elementy tej warstwy realizują  $t$ -normę, np. w postaci iloczynowej:

$$h_k = \mu_{A_1^k}(x_1) \cdot \mu_{A_2^k}(x_2) \cdot \dots \cdot \mu_{A_n^k}(x_n) = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^k}(x_i).$$

# SYSTEM NEURONOWO-ROZMYTY TYPU TSK

**Warstwa 3.** Normalizacja – elementy tej warstwy wyznaczają względny stopień odpalenia  $k$ -tej reguły (w stosunku do sumy stopni odpaleń wszystkich reguł):

$$\bar{h}_k = \frac{h_k}{\sum_{j=1}^N h_j}$$

Stąd  $\bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \dots + \bar{h}_N = 1$

**Warstwa 4.** Wyznaczenie konkluzji reguł – elementy tej warstwy realizują funkcję liniową składowych wektora wejściowego  $\bar{x}_i$  przemnożoną przez względny stopień odpalenia reguły:

$$y^k = \bar{h}^k (a_1^k x_1 + a_2^k x_2 + \dots + a_n^k x_n + a_0^k) = \bar{h}^k \left( \sum_{i=1}^n a_i^k x_i + a_0^k \right)$$

gdzie  $a_i^k$  to **parametry konkluzji**.

Jest to system Sugeno pierwszego rzędu. Gdy zamiast funkcji liniowej zastosujemy stałą otrzymamy system Sugeno zerowego rzędu.

# SYSTEM NEURONOWO-ROZMYTY TYPU TSK

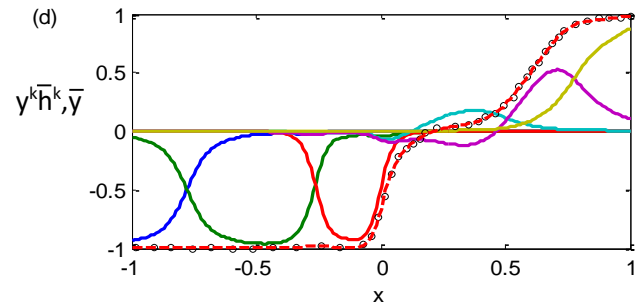
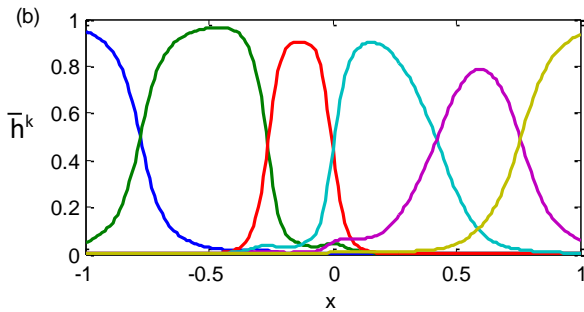
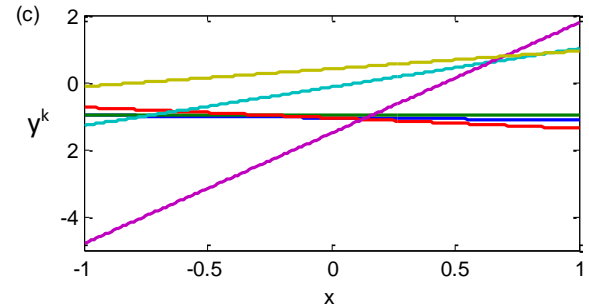
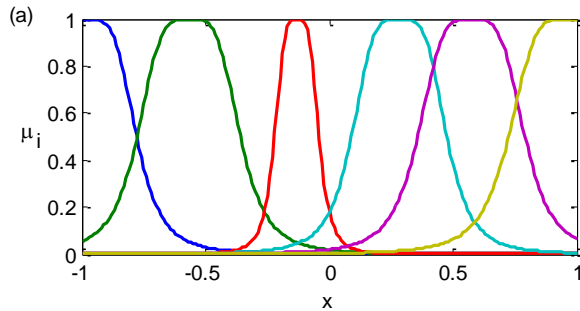
Warstwa 5. Wyznaczenie odpowiedzi system – suma konkluzji reguł:

$$\bar{y} = \sum_{k=1}^N y^m = \sum_{k=1}^N \bar{h}^k \left( \sum_{i=1}^n a_i^k x_i + a_0^k \right) = \frac{\sum_{k=1}^N h^k \left( \sum_{i=1}^n a_i^k x_i + a_0^k \right)}{\sum_{k=1}^N h^k}$$

Wyjście jest sumą kombinacji liniowych składowych wektora wejściowego ważonych stopniami odpalenia reguł. Stopień odpalenia reguły informuje na ile dana reguła jest kompetentna do formowania wyjścia.

W wyniku otrzymujemy gładką interpolację liniowych modeli lokalnych (konkluzje reguł), obowiązujących w obszarach zdefiniowanych przez funkcje przynależności występujące w przesłankach. Jeśli funkcje przynależności są nieliniowe, model jest nieliniowy.

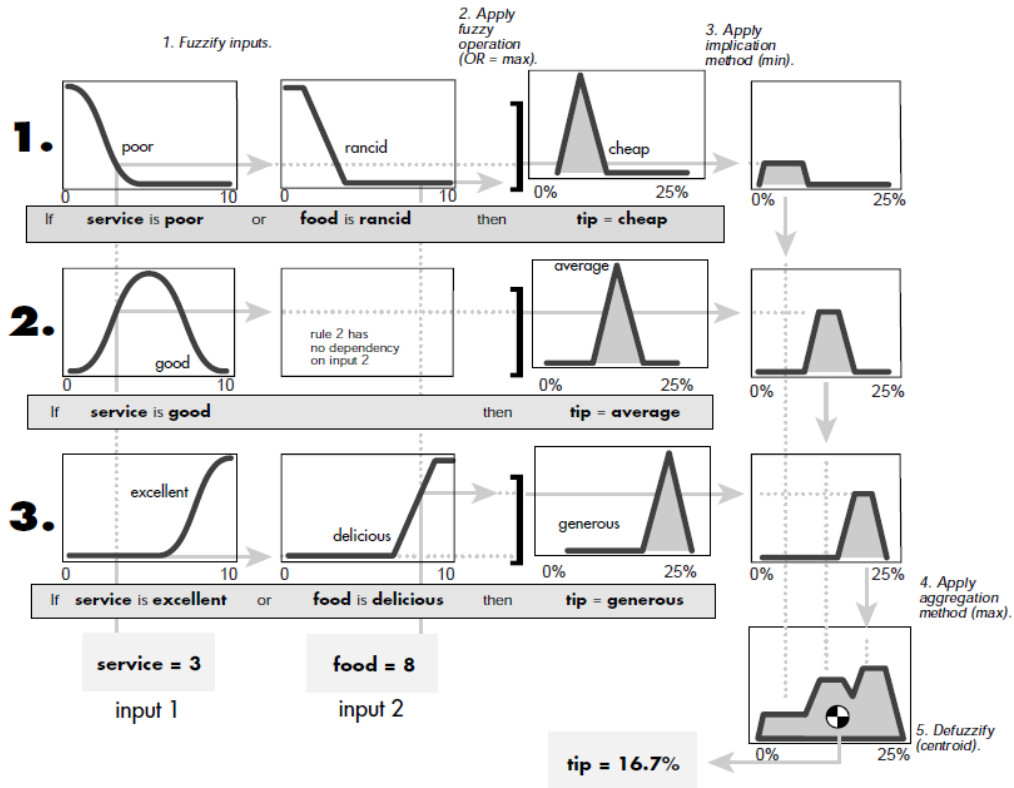
# APROKSYMACJA FUNKCJI ZA POMOCĄ ANFIS



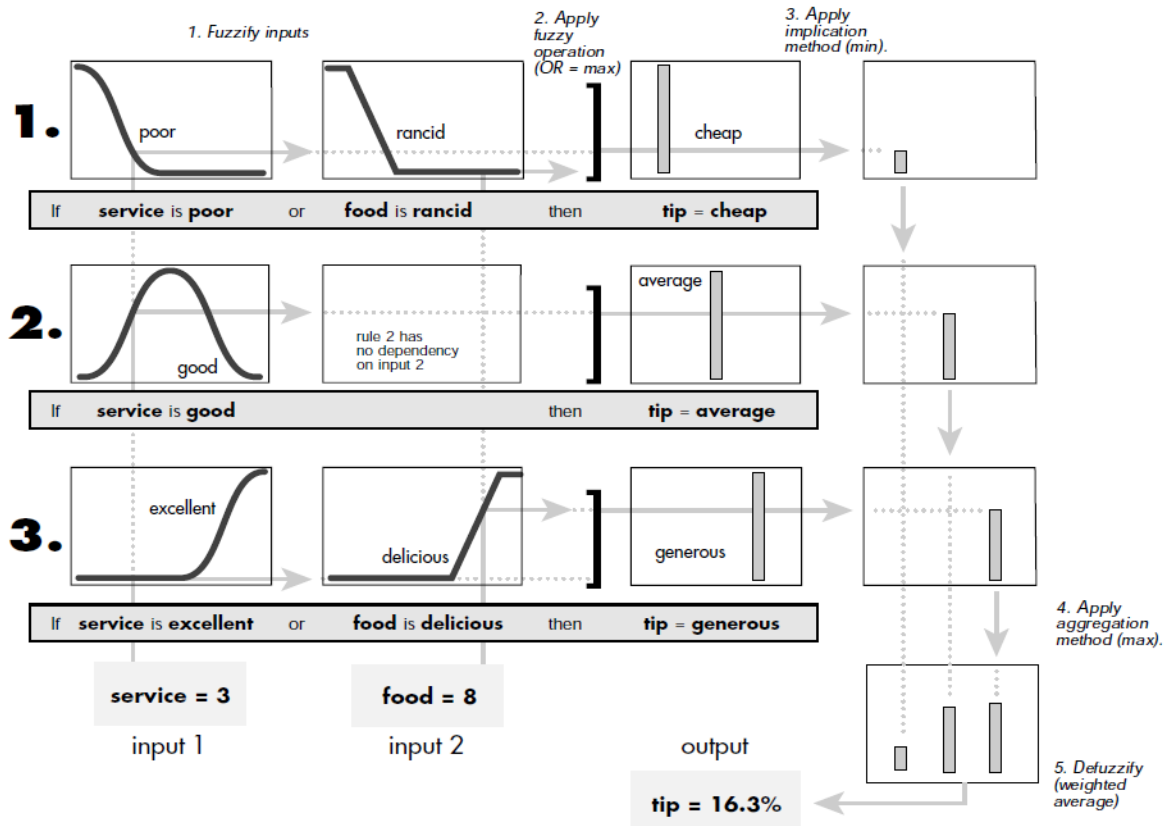
(a) funkcje przynależności, (b) unormowane stopnie odpalenia reguł, (c) funkcje liniowe konkluzji, (d) konstrukcja aproksymanty (linia przerywana) poprzez zsumowanie wejść neuronu wyjściowego



# WNIOSKOWANIE W SYSTEMIE MAMDANIEGO



# WNIOSKOWANIE W SYSTEMIE TSK

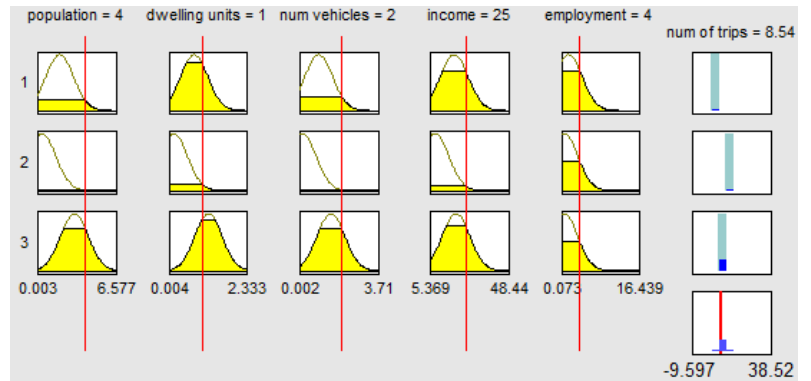


# WNIOSKOWANIE W SYSTEMIE TSK

$\bar{x} = [1, 0.5, 0.5, 16, 3]$



$\bar{x} = [4, 1, 2, 25, 4]$



# UCZENIE SIECI NEURONOWO-ROZMYTEJ TSK

Parametry modelu estymuje się metodą **wstecznej propagacji błędu** lub **metodami hybrydowymi** (kombinacja metody najmniejszych kwadratów do estymacji parametrów konkluzji  $a_i^k$  i wstecznej propagacji błędu do estymacji parametrów przesłanek  $c_i^k$  i  $\sigma_i^k$ ).

Dąży się do minimum błędu kwadratowego:

$$E = \frac{1}{2} (y - h(\mathbf{x}))^2 \rightarrow \min$$

dla każdego przykładu uczącego.

Tak jak w sieciach neuronowych metoda wstecznej propagacji błędu oparta jest na optymalizacji gradientowej. Gradient  $\nabla E$  zawiera trzy rodzaje składników:  $\frac{\partial E}{\partial a_i^k}$ ,  $\frac{\partial E}{\partial c_i^k}$  i  $\frac{\partial E}{\partial \sigma_i^k}$ .

W kolejnych iteracjach algorytmu stosując metodę największego spadku modyfikuje się parametry:  $a_i^k \leftarrow a_i^k - \eta_a \frac{\partial E}{\partial a_i^k}$ ,  $c_i^k \leftarrow c_i^k - \eta_c \frac{\partial E}{\partial c_i^k}$  i  $\sigma_i^k \leftarrow \sigma_i^k - \eta_\sigma \frac{\partial E}{\partial \sigma_i^k}$

# UCZENIE SIECI NEURONOWO-ROZMYTEJ TSK – METODA HYBRYDOWA

Wyjście ANFIS jest liniowo zależne od parametrów konkluzji  $a_i^k$  i nieliniowo zależne od parametrów przesłanek  $c_i^k$  i  $\sigma_i^k$ . Proces uczenia w każdej iteracji rozbiła się na dwa etapy.

**Etap 1.** Wyznacza się parametry konkluzji. Wyjście systemu można zapisać:

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \sum_{k=1}^N \bar{h}^k \left( \sum_{i=1}^n a_i^k x_i + a_0^k \right) = \\ &= \bar{h}^1(\mathbf{x})x_1a_1^1 + \bar{h}^1(\mathbf{x})x_2a_2^1 + \dots + \bar{h}^2(\mathbf{x})x_1a_1^2 + \bar{h}^2(\mathbf{x})x_2a_2^2 + \dots + \bar{h}^N(\mathbf{x})x_n a_n^N + \bar{h}^N(\mathbf{x})a_0^N = \\ &= F_1^1(\mathbf{x})a_1^1 + F_2^1(\mathbf{x})a_2^1 + \dots + F_1^2(\mathbf{x})a_1^2 + F_2^2(\mathbf{x})a_2^2 + \dots + F_n^N(\mathbf{x})a_n^N + F_0^N(\mathbf{x})a_0^N\end{aligned}$$

W zapisie macierzowym:  $\mathbf{y} = \mathbf{FA}$ , stąd:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y}$$

gdzie  $\mathbf{A}$  to wektor współczynników,  $\mathbf{F}$  to macierz wartości funkcji  $\mathbf{x}$  dla wszystkich przykładów uczących, a  $\mathbf{y}$  to wektor pożądanych odpowiedzi dla wszystkich przykładów uczących.

**Etap 2.** Wyznacza się parametry przesłanek metodą wstecznej propagacji błędu.

# ALGORYTM HYBRYDOWY UCZENIA MODELU TSK

---

1. Przy ustalonych parametrach przesłanek prezentuje się na wejście wszystkie przykłady uczące wyznaczając macierz **F**.
2. Metodą najmniejszych kwadratów oblicza się macierz parametrów konkluzji **A**.
3. Przy ustalonych parametrach przesłanek i konkluzji oblicza się odpowiedź sieci dla wszystkich przykładów uczących.
4. Wyznacza się średni błąd kwadratowy pomiędzy odpowiedziami sieci a odpowiedziami pożądanymi.
5. Metodą wstecznej propagacji błędu wyznacza się nowe wartości parametrów przesłanek.
6. Powrót do kroku 1 lub stop, jeśli spełniony jest warunek zatrzymania.

# ALGORYTM HYBRYDOWY UCZENIA MODELU TSK

Początkowe wartości parametrów przesłanek wyznacza się:

- dzieląc zakresy poszczególnych składowych wektora wejściowego  $\bar{x}_i$  równomiernie (wykres po lewej)
- stosując metody grupowania danych do ustalenia środków funkcji przynależności (wykres po prawej)

