

# MODELE WYGŁADZANIA WYKŁADNICZEGO DO KRÓTKOTERMINOWEGO PROGNOZOWANIA OBCIĄŻEŃ SYSTEMÓW ELEKTROENERGETYCZNYCH

Grzegorz Dudek

**Słowa kluczowe:** krótkoterminowe prognozowanie zapotrzebowania na moc elektryczną, wygładzanie wykładnicze, dekompozycja szeregów czasowych

**Streszczenie.** Przedstawiono modele wygładzania wykładniczego do sporządzania krótkoterminowych prognoz zapotrzebowania na moc. Szeregi czasowe obciążień charakteryzują się wieloma wahaniami sezonowymi, co komplikuje model prognostyczny. W celu uproszczenia problemu szeregi czasowe zdekomponowano na  $m$  szeregów obciążień w tych samych chwilach doby, co pozwoliło zastosować model wygładzania wykładniczego z pojedynczą sezonowością. Inny rodzaj dekompozycji z wykorzystaniem regresji lokalnej (LOESS) umożliwia użycie modelu o mniejszej złożoności bez składnika sezonowego. Zastosowanie modelu Holta-Wintersa z podwójną sezonowością zwalnia z potrzeby dekompozycji szeregu czasowego. Dokładność proponowanych metod porównano na przykładach aplikacyjnych z dokładnością modeli ARIMA i modelu opartego na sieci neuronowej.

## 1. WSTĘP

Szeregi czasowe obciążień elektroenergetycznych reprezentują szeregi niestacjonarne, heteroskedastyczne, z trendem, wieloma cyklami wahań sezonowych i zakłóceniami losowymi. Proces budowy modelu prognostycznego w takim przypadku jest złożony, wymaga wielu zabiegów związanych ze sprowadzeniem szeregu do stacjonarności, usunięciem trendu, dekompozycją na składowe wyrażające poszczególne wahania sezonowe itp. Konwencjonalne modele prognostyczne wykorzystują metody analizy statystycznej, regresji (autoregresji) i wygładzania. Nowsze rozwiązania oparte są na metodach inteligencji obliczeniowej, rozpoznawania obrazów i uczenia maszynowego [1]. Zalicza się do nich sieci neuronowe i neuronowo-rozmyte, maszyny wektorów wspierających, metody grupowania danych, systemy eksperckie itp. Wiele z modeli opracowanych w ostatnich latach to rozwiązania hybrydowe (znakomita większość publikacji dotyczących krótkoterminowego prognozowania obciążień elektroenergetycznych w *IEEE Transactions on Power Systems* z ostatnich 10 lat dotyczy takich właśnie modeli). Łączy się tutaj metody wstępnej obróbki danych (np. transformację falkową) z modelami aproksymacyjnymi do prognozy obciążień (np. sieciami neuronowymi lub neuronowo-rozmytymi) i metodami optymalizacyjnymi do uczenia tych modeli (np. algorytmami ewolucyjnymi lub rojowymi). Czasem prognozę koryguje się w zależności od dodatkowych czynników wpływających na zapotrzebowanie, a nie ujętych w modelu podstawowym.

Konwencjonalne narzędzia prognostyczne są jednak dalej rozwijane i stanowią mocną konkurencję dla metod inteligencji obliczeniowej. W artykule opisano jednowymiarowe modele wygładzania wykładniczego do krótkoterminowego prognozowania obciążień elektroenergetycznych w trzech wariantach: z podwójną sezonowością, z pojedynczą sezonowością działające na podszeregach podstawowego szeregu czasowego oraz bez sezonowości, działające na szeregach zdekomponowanych metodą STL (*Seasonal and Trend decomposition using LOESS*). W jednowymiarowych modelach szeregów czasowych o przebiegu zmiennej wnioskuje się jedynie na podstawie historycznych obserwacji tej zmiennej.

## 2. MODELE WYGŁADZANIA WYKŁADNICZEGO

Szeregi czasowe zawierają cztery komponenty: trend, wahania sezonowe, wahania cykliczne i zakłócenia losowe. Wahania sezonowe charakteryzują się stałym okresem natomiast czas pełnego cyklu wahań cyklicznych jest zmienny. Komponenty szeregu czasowego mogą być połączone w sposób addytywny, multiplikatywny lub mieszany. W wygładzaniu wykładniczym trend jest kombinacją poziomu  $l$  i przyrostu  $b$ . Te dwa komponenty mogą być połączone na pięć różnych sposobów, uwzględniając parametr tłumienia  $\phi \in [0, 1]$ . Otrzymujemy następujące typy trendu [2]:

$$\begin{aligned}
\text{Brak:} & T_h = l, \\
\text{Addytywny:} & T_h = l + bh, \\
\text{Addytywny tłumiony:} & T_h = l + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b, \quad (1) \\
\text{Multiplikatywny:} & T_h = l b^h, \\
\text{Multiplik. tłumiony} & T_h = l b^{(\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)},
\end{aligned}$$

gdzie  $T$  jest trendem, a  $h$  horyzontem prognozy.

Uwzględniając trzy warianty kombinacji składowej sezonowej z trendem: brak sezonowości, wariant addytywny i wariant multiplikatywny otrzymujemy 15 modeli wykładniczego. Najprostszy z nich zakłada brak trendu i sezonowości:

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha(y_t - \hat{y}_t) = \alpha y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_t, \quad (2)$$

gdzie:  $y_t$  i  $\hat{y}_t$  oznaczają, odpowiednio, wartość zmiennej w chwili  $t$  i jej prognozę, a  $\alpha \in [0, 1]$  jest parametrem zwanym współczynnikiem wykładniczego.

Wartość prognozowana w chwili  $t+1$  jest sumą wartości prognozowanej w chwili  $t$  i ułamka błędu prognozy w chwili  $t$  lub inaczej – średnią ważoną ostatniej obserwacji z wagą  $\alpha$  i jej prognozy z wagą  $1-\alpha$ . Jeśli  $\hat{y}_t$  w (2) zastąpimy średnią ważoną obserwacji  $t-1$  oraz jej prognozy i ten proces będziemy kontynuować zastępując prognozy dla chwil  $t-1, t-2, \dots, 2$  odpowiednimi średnimi otrzymamy:

$$\begin{aligned}
\hat{y}_{t+1} = & \alpha y_t + \alpha(1-\alpha)y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-2} \\
& + \dots + \alpha(1-\alpha)^{t-1} y_1 + (1-\alpha)^t \hat{y}_1.
\end{aligned} \quad (3)$$

Prognoza dla chwili  $t+1$  jest więc ważoną średnią ruchomą wszystkich wcześniejszych obserwacji z wagami zanikającymi wykładniczo, co uzasadnia nazwę tej metody. Jeśli parametr  $\alpha$  ma wartości bliższe jedynce wpływ ostatniej obserwacji na prognozę jest dominujący. Gdy  $\alpha$  przyjmuje wartości bliższe zeru istotny wpływ mają również obserwacje starsze w stopniu zależnym od odległości czasowej od chwili  $t$ . Im odległość ta jest większa tym mniejszy wpływ. Mniejsze wartości  $\alpha$  skutkują większym wygładzeniem prognozy.

Dla dłuższych horyzontów prognoz  $h$  wykonanych w chwili  $t$  przyjmuje się  $\hat{y}_{t+h|t} = \hat{y}_{t+1}$ , czyli stały poziom prognozy. Jeśli poziom ten oznaczymy przez  $l_t = \hat{y}_{t+1}$  otrzymamy:

$$\begin{aligned}
l_t = & \alpha y_t + \alpha(1-\alpha)l_{t-1}, \\
\hat{y}_{t+h|t} = & l_t.
\end{aligned} \quad (4)$$

Równania te wyrażają podstawowy model wykładniczego dla szeregu czasowego bez trendu i sezonowości.

Model Holta pozwala uwzględnić liniowy trend w postaci addytywnej:

$$\begin{aligned}
l_t = & \alpha y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \\
b_t = & \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}, \\
\hat{y}_{t+h|t} = & l_t + b_t h.
\end{aligned} \quad (5)$$

gdzie  $\beta \in [0, 1]$  jest parametrem.

Przyrost  $b_t$  jest średnią ważoną przyrostu w chwili  $t-1$  i przyrostu estymowanego na podstawie różnicy poziomów w chwilach  $t-1$  i  $t$ . Model Holta z tłumionym trendem ma postać:

$$\begin{aligned}
l_t = & \alpha y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1}), \\
b_t = & \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)\phi b_{t-1}, \\
\hat{y}_{t+h|t} = & l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t.
\end{aligned} \quad (6)$$

Jeśli współczynnik tłumienia  $\phi = 0$  model ten sprowadza się do postaci (5).

Modele Holta-Wintersa opisują szeregi czasowe z trendem i wahaniami sezonowymi. Sezonowość ujęta jest w postaci addytywnej:

$$\begin{aligned}
l_t = & \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \\
b_t = & \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}, \\
s_t = & \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1-\gamma)s_{t-m}, \\
\hat{y}_{t+h|t} = & l_t + b_t h + s_{t-m+h_m^+},
\end{aligned} \quad (7)$$

lub multiplikatywnej:

$$\begin{aligned}
l_t = & \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \\
b_t = & \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}, \\
s_t = & \gamma \frac{y_t}{l_{t-1} - b_{t-1}} + (1-\gamma)s_{t-m}, \\
\hat{y}_{t+h|t} = & (l_t + b_t h) s_{t-m+h_m^+},
\end{aligned} \quad (8)$$

gdzie:  $s_t$  jest komponentem sezonowym,  $m$  jest okresem wahań sezonowych,  $h_m^+ = [(h-1) \bmod m] + 1$ , a  $\gamma \in [0, 1]$  jest parametrem.

Jeśli w powyższych modelach przyjmiemy:  $\alpha = 0$  otrzymamy stały w czasie poziom,  $\beta = 0$  – stały w czasie przyrost,  $\gamma = 0$  – stały w czasie składnik sezonowy.

Ostatnio Taylor zaproponował model Holta-Wintersa z podwójną sezonowością [3]. Trend ujęty jest tutaj w sposób addytywny, natomiast sezonowości mają charakter multiplikatywny:

$$\begin{aligned}
l_t &= \alpha \frac{y_t}{s_{t-m} p_{t-q}} + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \\
b_t &= \beta(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}, \\
s_t &= \gamma \frac{y_t}{l_{t-1} p_{t-q}} + (1-\gamma)s_{t-m}, \\
p_t &= \delta \frac{y_t}{l_{t-1} s_{t-m}} + (1-\delta)p_{t-q}, \\
\hat{y}_{t+h|t} &= (l_t + b_t h) s_{t-m+h_m^+} p_{t-q+h_q^+} \\
&\quad + \lambda^h [y_t - (l_{t-1} + b_{t-1}) s_{t-m} p_{t-q}],
\end{aligned} \tag{9}$$

gdzie:  $p_t$  jest komponentem sezonowym o okresie wahań  $q$ ,  $\delta \in [0, 1]$  jest współczynnikiem wygładzania tego komponentu,  $h_q^+ = [(h-1) \bmod q] + 1$ , a  $\lambda$  jest parametrem.

Występujący w (9) składnik prognozy ze współczynnikiem  $\lambda$  jest poprawką uwzględniającą autokorelację reszt, która modelowana jest procesem autoregresji AR(1).

W [4] opisano modele wygładzania wykładniczego zdefiniowane w kategoriach przestrzeni stanów. Równania stanu tych modeli mają postać ogólną:

$$\begin{aligned}
y_t &= w(\mathbf{x}_{t-1}) + r(\mathbf{x}_{t-1})\varepsilon_t, \\
\mathbf{x}_t &= f(\mathbf{x}_{t-1}) + g(\mathbf{x}_{t-1})\varepsilon_t,
\end{aligned} \tag{10}$$

gdzie:  $\mathbf{x}_t = [l_t, b_t, s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-m+1}]^T$  jest wektorem stanu,  $w(\mathbf{x})$ ,  $r(\mathbf{x})$ ,  $f(\mathbf{x})$  i  $g(\mathbf{x})$  są funkcjami ciągłymi z ciągłymi pochodnymi;  $w(\mathbf{x})$  i  $r(\mathbf{x})$  odwzorowują  $\mathbb{R}^u \rightarrow \mathbb{R}$ , a  $f(\mathbf{x})$  i  $g(\mathbf{x})$  odwzorowują  $\mathbb{R}^u \rightarrow \mathbb{R}^u$ ,  $u$  jest wymiarem wektora  $\mathbf{x}$ , a  $\{\varepsilon_t\}$  jest procesem gaussowskiego białego szumu o wariancji  $\sigma^2$  i średniej  $\mu_t = w(\mathbf{x}_{t-1})$ .

Błąd  $\varepsilon_t$  może być ujęty w modelu w sposób addytywny lub multiplikatywny. W modelu z błędem addytywnym  $r(\mathbf{x}_{t-1}) = 1$ , co daje  $y_t = \mu_t + \varepsilon_t$ . W modelu z błędem multiplikatywnym  $r(\mathbf{x}_{t-1}) = \mu_t$ , co daje  $y_t = \mu_t(1 + \varepsilon_t)$ . Z piętnastu podstawowych modeli wygładzania wykładniczego, po uwzględnieniu błędu  $\varepsilon_t$  otrzymujemy więc 30 modeli przestrzeni stanów. Przykładowo model Holta (5) opisany jest równaniami stanu:

$$\begin{aligned}
y_t &= [1 \quad 1]\mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t, \\
\mathbf{x}_t &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \varepsilon_t,
\end{aligned} \tag{11}$$

gdym błąd ma charakter addytywny i:

$$\begin{aligned}
y_t &= [1 \quad 1]\mathbf{x}_{t-1}(1 + \varepsilon_t), \\
\mathbf{x}_t &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{t-1} + [1 \quad 1]\mathbf{x}_{t-1} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \varepsilon_t,
\end{aligned} \tag{12}$$

gdym błąd ma charakter multiplikatywny.

Obydwa typy modeli produkują jednakowe prognozy punktowe, lecz różnią się przedziałami predykcji.

Użycie modelu wygładzania wykładniczego w konkretnym zadaniu prognostycznym wymaga selekcji jednej z 30 postaci modelu, inicjalizacji składowych wektora  $\mathbf{x}_0$  i estymacji parametrów  $\boldsymbol{\theta} = [\alpha, \beta, \gamma, \delta]^T$ . Odpowiednie wartości  $\mathbf{x}_0$  i  $\boldsymbol{\theta}$  dobiera się minimalizując kryterium [3]:

$$F(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_0) = n \log \left( \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right) + 2 \sum_{t=1}^n \log |r(\mathbf{x}_{t-1})|, \tag{13}$$

gdzie  $n$  jest liczbą obserwacji.

Jako kryterium selekcji modelu w [2] zastosowano kryterium informacyjne Akaikego (AIC), zależne od dokładności modelu i stopnia jego złożoności (łącznej liczby parametrów):

$$\text{AIC} = F(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\mathbf{x}}_0) + 2v, \tag{14}$$

gdzie  $v$  jest sumą liczby składowych wektorów  $\mathbf{x}_0$  i  $\boldsymbol{\theta}$ .

### 3. WYGŁADZANIE WYKŁADNICZE W PROGNOZOWANIU OBCIĄŻEŃ ELEKTROENERGETYCZNYCH

Szeregi czasowe obciążeń systemów elektroenergetycznych wykazują trzy cykle sezonowe: roczny, tygodniowy i dobowy. Jeśli do estymacji parametrów modelu wygładzania wykładniczego wykorzystamy fragment szeregu o długości kilku tygodni, który poprzedza okres prognozy, cykl roczny można zignorować. Do modelowania szeregu z cyklem tygodniowym i dobowym wykorzystuje się opisany powyżej model Holta-Wintersa z podwójną sezonowością (9). Jest to model złożony i trudniejszy do optymalizacji niż modele z pojedynczą sezonowością. W badaniach symulacyjnych opisanych w następnym rozdziale model ten oznaczono symbolem HWPS.

Zadanie prognostyczne można uprościć dekomponując szereg czasowy na  $m$  szeregów obciążeń w tej samej chwili okresu dobowego:  $\{y_{\tau}\}_j$ , gdzie  $j = 1, 2, \dots, m$ ,  $\tau = j + i \cdot m$ ,  $i = 0, 1, \dots$ . Dzięki temu zabiegowi eliminuje się sezonowość dobową. Do niezależnego modelowania tych szeregów wykorzystuje się odpowiednie modele wygładzania wykładniczego

z pojedynczą sezonowością. Wariant ten oznaczono symbolem WW1.

Jeszcze większe uproszczenie można uzyskać dekomponując szereg czasowy addytywnie na trend, składową sezonową oraz składową resztową za pomocą metody STL opartej na ważonym lokalnym wygładzaniu (LOESS) [5]. Procedura dekompozycji STL estymuje iteracyjnie z coraz większą dokładnością trend oraz składnik sezonowy. Składnik sezonowy rozbijany jest na  $m$  podszeregów, gdzie  $m$  jest liczbą obserwacji w jednym cyklu. Podszereg  $i$ -ty złożony jest z obserwacji występujących na  $i$ -tej pozycji w kolejnych cyklach. Podszeregi wygładzane są niezależnie, podobnie jak trend. Stosowana do wygładzania metoda LOESS estymuje krzywą regresji w każdym punkcie szeregu czasowego w oparciu o punkty chronologicznie najbliższe, ważąc ich udziały zależnie od ich odległości czasowej od estymowanego punktu. Wagi uzależnia się także od wartości składnika resztowego w danym punkcie, co skutkuje zmniejszeniem wag punktów odstających i pozwala ograniczyć ich niekorzystny wpływ na prognozę.

Do atrakcyjnych cech STL zalicza się odporność na dane odstające i brakujące, możliwość dekompozycji szeregów czasowych z sezonowością o dowolnej częstotliwości oraz możliwość implementacji z wykorzystaniem metod numerycznych zamiast modelowania matematycznego.

Po wykonaniu dekompozycji szereg zdesezonowany (po odjęciu składowej sezonowej) prognozuje się na następny okres (np. dobowy lub tygodniowy) używając niesezonowego modelu wygładzania wykładniczego. Następnie do tej prognozy dodaje się wygładzoną składową sezonową z ostatniego okresu danych historycznych. Model ten oznaczono symbolem WW2.

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE

Modele wygładzania wykładniczego przetestowano w zadaniach prognozowania dobowych przebiegów godzinowych obciążeń z wyprzedzeniem do 7 dni.

Prognozowano następujące szeregi czasowe:

- KSE – obciążenia godzinowe KSE w latach 2002-2004. Próba testowa obejmowała dane z roku 2004 z wyjątkiem trzynastu dni nietypowych.
- SL1 – obciążenia godzinowe systemu lokalnego w okresie lipiec 2001 – grudzień 2002 (średnie obciążenie ok. 1200 MW). Próba testowa obejmowała dane z okresu lipiec – grudzień 2002 z wyjątkiem ośmiu dni nietypowych.

- SL2 – obciążenia godzinowe systemu lokalnego w okresie 1999-2001 (średnie obciążenie ok. 300 MW). Próba testowa obejmowała dane z roku 2001 z wyjątkiem trzynastu dni nietypowych.

Szeregi czasowe SL1 i SL2 są bardziej nieregularne niż KSE. Miarą nieregularności może być błąd prognozy naiwnej postaci: przebieg obciążenia w dniu  $i$  jest taki sam jak w dniu  $i-7$ . Błędy MAPE prognoz naiwnych wynosiły: dla KSE – 3,43%, dla SL1 – 4,96, a dla SL2 – 6,62%.

Prognozy szeregów czasowych wykonano w środowisku do obliczeń statystycznych R wykorzystując pakiet forecast [6]. Modele WW1 i WW2 dobierane są automatycznie spośród 30 wariantów na podstawie kryterium AIC. Do estymacji parametrów tych modeli wykorzystywano 12-tygodniowe fragmenty szeregów czasowych poprzedzające moment prognozy.

Dokładność modeli wygładzania wykładniczego porównano z dokładnością modeli ARIMA oraz modelu opartego na sieci neuronowej typu wielowarstwowy perceptron (WP) [7]. Sieć WP uczona jest w trybie lokalnym na obrazach szeregów czasowych obciążeń [8]. W badaniach wstępnych testowano sieci z różną liczbą neuronów. Jako optymalną wybrano sieć z jednym neuronem z sigmoidalną bipolarną funkcją aktywacji.

W tabeli 1 zestawiono wyniki prognoz dla horyzontu jednodobowego – średni procentowy błąd absolutny (MAPE), odchylenie standardowe  $\sigma_{MAPE}$ , średni błąd procentowy (MPE) i odchylenie standardowe  $\sigma_{MPE}$ . Symbolem ARIMA1 oznaczono model z dekompozycją na 24 szeregi czasowe reprezentujące obciążenia w tych samych godzinach doby; jest to odpowiednik modelu WW1. Symbolem ARIMA2 oznaczono model z dekompozycją STL – odpowiednik modelu WW2. Tłustym drukiem w tabeli 1 oznaczono wartości MPE nie różniące się istotnie od zera, które wskazują na nieobciążenie prognoz. Na rysunku 1 pokazano dystrybuanty błędów.

Najmniejsze błędy MAPE dla danych KSE i SL3 wykazała sieć neuronowa, natomiast dla danych SL2 – modele ARIMA2 i WW2. Te dwa ostatnie modele dają zbliżone rezultaty we wszystkich zadaniach prognostycznych. Różnice pomiędzy błędami każdej pary modeli z wyjątkiem par: ARIMA2 i WW2 oraz ARIMA1, ARIMA2 i WW2 dla szeregu SL2 są statystycznie istotne, co wykazały testy Wilcoxon.

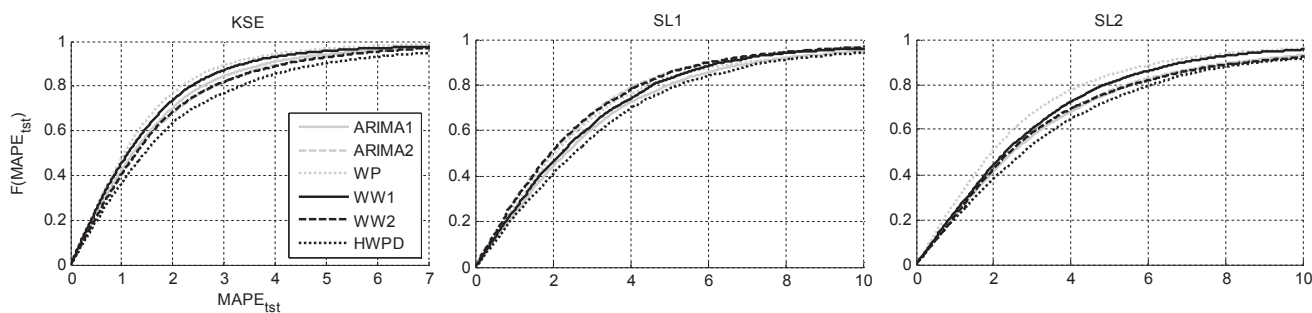
Błędy prognoz dla horyzontów od 1 do 7 dni pokazano na rysunku 2. Przy zwiększaniu horyzontu prognozy obserwuje się szybszy wzrost błędu modelu WP niż

modeli WW i ARIMA. Zdecydowanie najgorsze prognozy pod względem dokładności uzyskiwano stosując model HWPS. Dla wielu zadań testowych model ten osiągał zupełnie nietrafione prognozy, obciążone błędami powyżej 100% (wykresy na

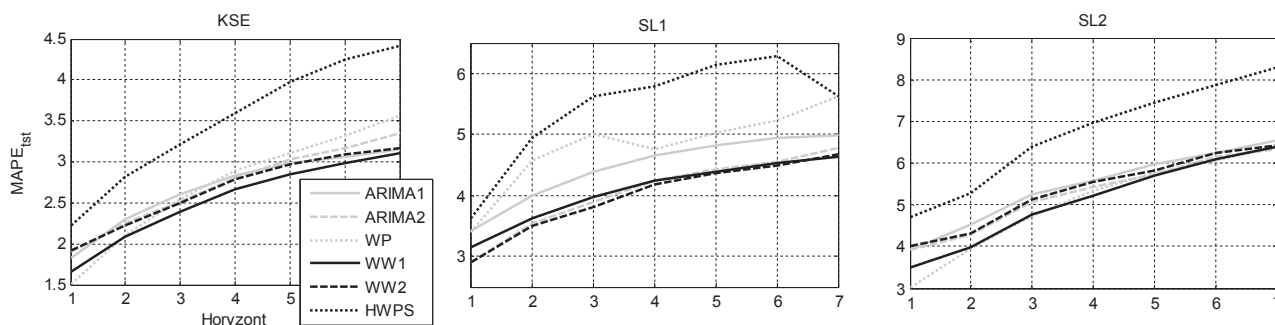
rysunku 2 nie obejmują tych przypadków). Warto zwrócić uwagę, że przy najdłuższych horyzontach modele przestają być konkurencyjne w stosunku do metod naiwnych.

Tabela 1  
Wyniki prognoz

Model	KSE				SL1				SL2			
	$MAPE_{tst}$	$\sigma_{MAPE}$	$MPE_{tst}$	$\sigma_{MPE}$	$MAPE_{tst}$	$\sigma_{MAPE}$	$MPE_{tst}$	$\sigma_{MPE}$	$MAPE_{tst}$	$\sigma_{MAPE}$	$MPE_{tst}$	$\sigma_{MPE}$
WW1	1,66	2,03	<b>-0,0006</b>	0,0281	3,16	3,68	0,0050	0,0561	3,51	4,94	<b>-0,0010</b>	0,0620
WW2	1,91	2,22	0,0009	0,0293	2,91	3,61	0,0035	0,0462	4,00	5,77	-0,0029	0,0702
HWPS	2,23	2,57	-0,0010	0,0340	3,62	4,07	-0,0045	0,0543	4,70	8,00	-0,0062	0,0926
ARIMA1	1,82	2,20	<b>0,0005</b>	0,0303	3,41	4,02	0,0038	0,0598	3,93	5,18	-0,0024	0,0664
ARIMA2	1,91	2,19	-0,0024	0,0306	2,89	3,60	<b>0,0008</b>	0,0541	3,93	5,59	-0,0053	0,0694
WP	1,51	1,93	0,0011	0,0245	3,39	4,59	0,0030	0,0570	3,01	3,85	<b>0,0002</b>	0,0489



Rys. 1. Dystrybuanty błędów



Rys. 2. Błędy w zależności od horyzontu prognozy

## 5. PODSUMOWANIE

W pracy opisano modele prognostyczne wykorzystujące wygładzanie wykładnicze do krótkoterminowego prognozowania obciążeń systemów elektroenergetycznych. Najbardziej złożony z tych modeli – model Holta-Wintersa z podwójną sezonowością – nie wymaga dekompozycji szeregu czasowego obciążeń. Jednak wyniki prognoz generowanych przez ten model są znacznie gorsze od wyników uzyskiwanych przez pozostałe testowane modele. Model WW1 działa na podszeregach reprezentujących obciążenia w tej samej godzinie doby. Dzięki temu eliminuje się sezonowość dobową. Definiuje się odrębny sezonowy model

wygładzania wykładniczego dla każdej godziny. Drugi zastosowany sposób dekompozycji na składową trendu, wahań sezonowe i składową resztową za pomocą metody STL pozwala zastosować prosty model wygładzania wykładniczego bez sezonowości (WW2).

Model WW1 był dokładniejszy niż jego odpowiednik zbudowany z wykorzystaniem autoregresji i średniej ruchomej (ARIMA1). Odpowiadające sobie modele WW2 i ARIMA2 wykorzystujące dekompozycję STL dawały zbliżone rezultaty. Należy jednak zauważyć, że modele ARIMA pozwalają modelować jedynie liniowe zależności, podczas gdy wygładzanie wykładnicze

można użyć do zadań nieliniowych. Z uwagi na większą przestrzeń modeli ARIMA w stosunku do przestrzeni modeli wygładzania wykładniczego (tylko 30 modeli) selekcja optymalnego modelu ARIMA jest trudniejsza.

W przypadku szeregów KSE oraz SL2 i prognoz o horyzontach jednodobowych modele wygładzania wykładniczego wykazały gorsze rezultaty od sieci neuronowej działającej na obrazach dobowych cykli

szeregów obciążeń. Przy dłuższych horyzontach dokładność modeli wygładzania wykładniczego poprawia się w stosunku do sieci neuronowej, a nawet ją przewyższa.

Zaletą metod wygładzania wykładniczego jest możliwość modelowania szeregów czasowych niestacjonarnych i heteroskedastycznych. Niewątpliwą wadą jest brak możliwości wprowadzenia zmiennych egzogenicznych do modelu.

## LITERATURA

- [1] Dudek G.: Systemy uczące się oparte na podobieństwie obrazów do prognozowania szeregów czasowych obciążeń elektroenergetycznych. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2012.
- [2] Hyndman R.J., Koehler A.B., Ord J.K., Snyder R.D.: Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach. Springer, 2008.
- [3] Taylor J.W.: A Comparison of Univariate Methods for Forecasting Electricity Demand Up to a Day Ahead. International Journal of Forecasting, 22, pp. 1-16, 2006.
- [4] Ord J.K., Koehler A.B., Snyder R.D.: Estimation and Prediction for a Class of Dynamic Nonlinear Statistical Models. Journal of the American Statistical Association, 92, pp. 1621-1629, 1997.
- [5] Cleveland R.B., Cleveland W.S., McRae J.E., Terpenning I.: STL: A Seasonal-Trend Decomposition Procedure Based on Loess. Journal of Official Statistics, 6(1), pp. 3-73, 1990.
- [6] Hyndman R.J., Khandakar Y.: Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R. Journal of Statistical Software, 27(3), 2008.
- [7] Dudek G.: Modele ARIMA do krótkoterminowego prognozowania obciążeń systemów elektroenergetycznych. Rynek Energii, 2(99), s. 94-98, 2012.
- [8] Dudek G.: Forecasting Time Series with Multiple Seasonal Cycles using Neural Networks with Local Learning. In: Artificial Intelligence and Soft Computing, LNCS, Springer, ICAISC 2013 (in print).

## EXPONENTIAL SMOOTHING MODELS FOR SHORT-TERM LOAD FORECASTING

**Key words:** short-term load forecasting, exponential smoothing, time series decomposition

**Summary.** Exponential smoothing models for short-term load forecasting are presented. Load time series show many seasonal patterns which complicate the forecasting model construction. To simplify the problem the load time series were decomposed into  $m$  subseries for each hour of a day, which allowed the use of exponential smoothing model with a single seasonality. Another type of decomposition using local regression (LOESS) enables the use of a model with less complexity with no seasonal component. Application of the Holt-Winters model with double seasonality does not require decomposition of the time series. The accuracy of the proposed methods were compared on application examples with an accuracy of the ARIMA models and the model based on neural network.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy nr N N516 415338.

**Grzegorz Dudek**, (ur. w 1969 r.) stopień magistra inżyniera (1994 r.) i doktora nauk technicznych (2003 r.) w dziedzinie elektrotechniki uzyskał na Politechnice Częstochowskiej. Od 1994 r. pracuje w Instytucie Elektroenergetyki P.Cz. jako pracownik naukowo-dydaktyczny. Jego zainteresowania naukowe skupiają się na metodach rozpoznawania obrazów i sztucznej inteligencji oraz ich zastosowaniach w elektroenergetyce (prognozowanie zapotrzebowania, rozdział obciążeń, problemy optymalizacyjne). Dudek@el.pcz.czest.pl.