

Aproksymacja pętli histerezy za pomocą metod inteligencji obliczeniowej

Streszczenie. Opisano metody inteligencji obliczeniowej – wielowarstwowy perceptron, sieć o radialnych funkcjach bazowych oraz sieć neuronowo-rozmytą w zastosowaniu do aproksymacji pętli histerezy. W części eksperymentalnej pracy analizuje się sposoby konstrukcji aproksymant poprzez składanie funkcji bazowych, które w badanych sieciach mają różne postacie.

Abstract. Computational intelligence methods: multilayer perceptron, radial basis function network and neuro-fuzzy system for approximation of the hysteresis loops are described. In experimental part of the work the ways of building of the approximating function by combination of the basis functions which are different in the examined networks are analyzed. (**Approximation of the hysteresis loop using computational intelligence methods**).

Słowa kluczowe: pętla histerezy, wielowarstwowy perceptron, sieci neuronowo-rozmyte, sieci o radialnych funkcjach bazowych.
Keywords: hysteresis loop, multilayer perceptron, neuro-fuzzy networks, radial basis function networks.

Wstęp

Nieliniowość i niejednoznaczność charakterystyki magnesowania materiałów magnetycznych $B = f(H)$ oraz zależność tej charakterystyki od historii magnesowania wyraża się w jej charakterystycznym kształcie pętli histerezy. Kształt ten zależy od składu chemicznego materiału, sposobu jego obróbki, wymiarów, struktury oraz parametrów obwodu elektrycznego (częstotliwość, kształt prądu magnesowania) i temperatury. Opracowano wiele alternatywnych modeli pętli histerezy magnetycznej, wśród których największe praktyczne zastosowanie zyskały modele [1]: Preisacha, Stonera i Wohlfartha, Chuy i Stromsmoe'a oraz Jilesa i Athertona.

W niniejszym artykule proponuje się metody inteligencji obliczeniowej do aproksymacji pętli histerezy. Metody te abstrahują od podstaw teoretycznych zjawiska magnesowania. Pętla histerezy widziana jest tu jedynie jako krzywa o specyficznym kształcie, wyrażająca pewne zjawiska magnetyczne. Do aproksymacji pętli histerezy użyto sieci neuronowych: wielowarstwowego perceptronu i sieci o radialnych funkcjach bazowych oraz sieci neuronowo-rozmytej. Sieci te są uniwersalnymi aproksymatorami – mogą aproksymować dowolną funkcję z dowolnie małym błędem.

Neuronowe modele aproksymacyjne

Wielowarstwowy perceptron (WP) [2] jest siecią neuronów realizujących pewną funkcję transferu, najczęściej sigmoidalną lub liniową, gdzie parametrami są wagi synaptyczne. Funkcja sigmoidalna (rys. 5(a)) ma postać:

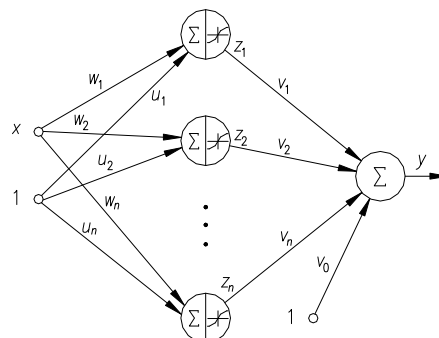
$$(1) f(\mathbf{x}) = \frac{2}{1 + \exp(-\lambda(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + u))} - 1 = \operatorname{tgh}(\lambda(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + u)),$$

gdzie: \mathbf{w} jest wektorem wag neuronu, \mathbf{x} jest wektorem wejściowym, u jest progiem (wagą związaną ze stałym wejściem), a λ jest parametrem nachylenia sigmoidy (nieadaptacyjnym).

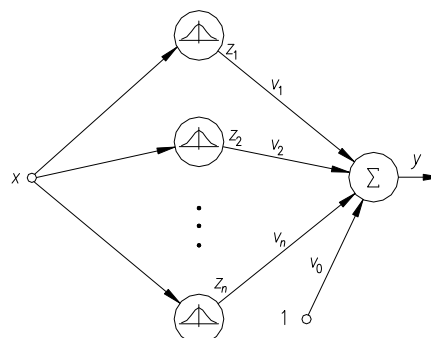
Neurony zorganizowane są w warstwy (rys. 1). Wejściem sieci jest sygnał wymuszenia (tutaj natężenie pola magnetycznego H), a wyjściem – sygnał odpowiedzi (tutaj indukacja magnetyczna B). Udowodniono, że sieć złożona z dwóch warstw neuronów – warstwy ukrytej, z sigmoidalnymi funkcjami transferu i warstwy wyjściowej, z liniową funkcją transferu, jest uniwersalnym aproksymatorem, jeśli liczba neuronów ukrytych jest dostateczna. Funkcja docelowa (opadające lub wznoszące

się zbcze pętli histerezy) powstaje poprzez złożenie funkcji realizowanych przez poszczególne neurony ukryte. Warto zauważyć, że funkcja sigmoidalna przypomina kształtem zbcze pętli histerezy, co ułatwia aproksymację. Parametry wewnętrzne sieci (wagi w , u i v) dobierane są w procesie uczenia (najczęściej metodami gradientowymi), tak aby zminimalizować błąd aproksymacji (MSE).

Sieć o radialnych funkcjach bazowych (RFB) [2] składa się z warstwy ukrytej neuronów z funkcjami radialnymi, które nieliniowo przekształcają sygnał wejściowy oraz warstwy wyjściowej realizującej kombinację liniową odpowiedzi warstwy ukrytej (rys. 2).



Rys. 1. Sieć WP do aproksymacji pętli histerezy



Rys. 2. Sieć RFB do aproksymacji pętli histerezy

Funkcje radialne najczęściej mają postać gaussowską (rys. 6(a)):

$$(2) f(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{C}\|^2}{2\sigma^2}\right),$$

gdzie: C jest środkiem, a σ parametrem szerokości funkcji Gaussa.

Parametrami sieci są: środki i szerokości funkcji radialnych oraz współczynniki wyjściowej funkcji liniowej v_i . Funkcja docelowa składana jest tutaj z funkcji radialnych. Parametry sieci dobierane są w procesie uczenia, który najczęściej przebiega dwuetapowo. W pierwszym etapie estymuje się środki i szerokości funkcji radialnych (środki estymuje się wykorzystując algorytmy grupowania, a szerokości są proporcjonalne do odległości pomiędzy środkami). W etapie drugim stosując operacje macierzowe wyznacza się współczynniki wyjściowej funkcji liniowej, tak aby błąd aproksymacji dla oszacowanych w pierwszym etapie parametrów funkcji radialnych był minimalny. Warto zwrócić uwagę na wadę takiego podejścia – metody grupowania ustalają pozycję środków korzystając ze swoich wewnętrznych kryteriów (najczęściej bazują one na minimalizacji wariancji wewnątrzgrupowej i maksymalizacji wariancji międzygrupowej), a nie minimalizując błąd aproksymacji. W tej pracy do doboru parametrów funkcji Gaussa użyto strategii ewolucyjnej $SE(\mu/\rho+\lambda)$ [3], która pozwala znaleźć ich wartości optymalne, minimalizujące średni błąd aproksymacji. Parametry C_i i σ_i zakodowane są w chromosomach przetwarzanych w procesie ewolucyjnym za pomocą operacji rekombinacji i mutacji. Dla każdego rozwiązania wygenerowanego w tym procesie wyznacza się deterministycznie wagi v_i i błąd aproksymacji, który jest podstawą oceny chromosomów. Najlepiej ocenione chromosomy formują kolejną populację. W ten sposób znajdowane są coraz lepsze rozwiązania.

Sieć neuronowo-rozmyta (model ANFIS – *Adaptive-Neural-Network-Based Fuzzy Inference System* [4]) łączy w sobie czytelność reguł rozmytych i adaptacyjność samouczących się sieci neuronowych. Reguły mają postać:

$$(3) \quad \text{Jeśli } x \text{ jest } A_i, \text{ to } z_i = w_i x + u_i,$$

gdzie: x jest zmienną wejściową, A_i jest zbiorem rozmytym opisującym lingwistycznie zmienną x , z_i to odpowiedź reguły, a w_i i v_i to współczynniki.

W częściach przesłankowych reguł rozmytych wyznacza się stopnie przynależności zmiennej wejściowej (H) do predefiniowanych zbiorów rozmytych A_i (fuzyfikacja). Stopnie te interpretowane są jako siły odpalenia reguł. Konkluzje reguł wyrażają liniową funkcję zmiennej wejściowej (system Takagi-Sugeno-Kanga pierwszego rzędu). Odpowiedź regułowemu rozmytemu systemu wnioskującego wyznacza się sumując odpowiedzi reguł z_i przemnożone przez wagi zależne od stopni odpalenia reguł, co w wyniku daje gładką interpolację liniowych modeli lokalnych, obowiązujących w obszarach zdefiniowanych przez funkcje przynależności występujące w przesłankach. Parametrami modelu są parametry funkcji przynależności oraz współczynniki funkcji liniowych. Większa liczba reguł, które pełnią funkcje neuronów ukrytych, pozwala na aproksymację bardziej złożonych zależności.

Model ANFIS wykorzystany do aproksymacji pętli histerezy pokazano na rys. 3. Blok A reprezentuje przesłanki n reguł, a blok B ich konkluzje. Model ten można interpretować jako perceptron dwuwarstwowy z liniowymi funkcjami transferu i zmiennymi wagami w warstwie wyjściowej (α_i) wyznaczanymi z funkcji wagowej, która ma postać funkcji przynależności. Przyjęto dzwonową postać funkcji przynależności:

$$(4) \quad \mu(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}},$$

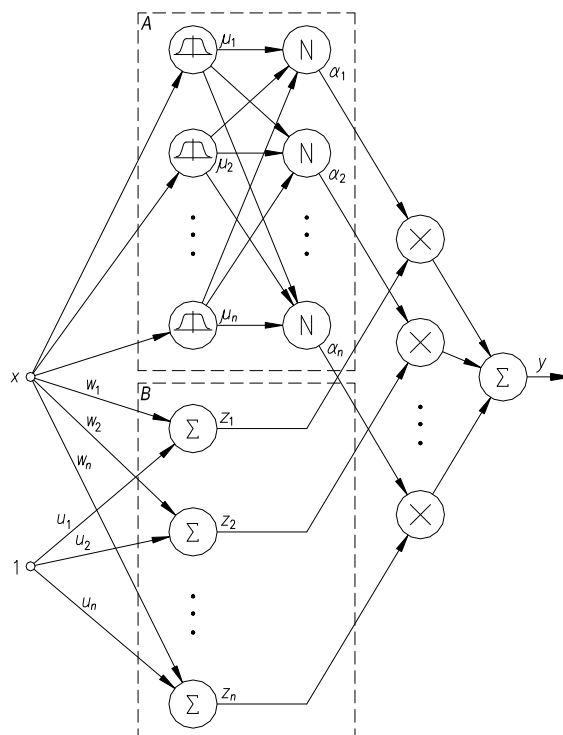
gdzie: a , b i c są parametrami adaptowanymi w trakcie uczenia podobnie jak parametry liniowych funkcji transferu w_i i u_i .

Graficzną postać funkcji dzwonowej pokazano na rys. 7(a).

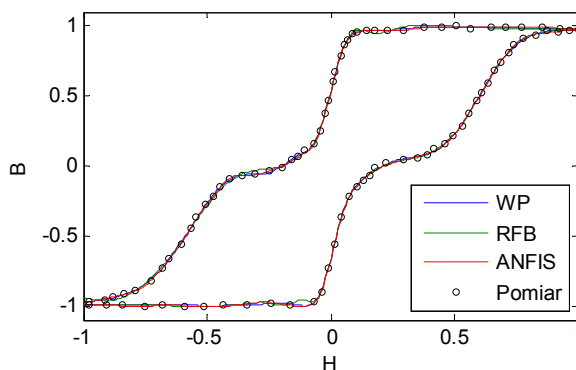
Węzły oznaczone symbolem „N” na rys. 3 realizują normalizację stopni odpalenia reguł:

$$(5) \quad \alpha_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^n \mu_j}.$$

Parametry modelu estymuje się metodą wstecznej propagacji błędów lub metodami hybrydowymi (kombinacja metody najmniejszych kwadratów do estymacji parametrów liniowych funkcji konkluzji i wstecznej propagacji błędów do estymacji parametrów funkcji przynależności w przesłankach).



Rys. 3. Sieć neuronowo-rozmyta do aproksymacji pętli histerezy

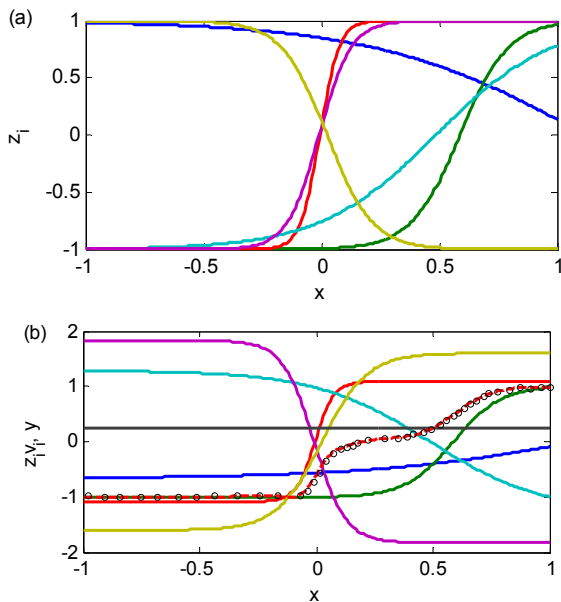


Rys. 4. Aproksymacja pętli histerezy materiału wielowarstwowego (zmiennie przeskalowano na przedział [-1, 1])

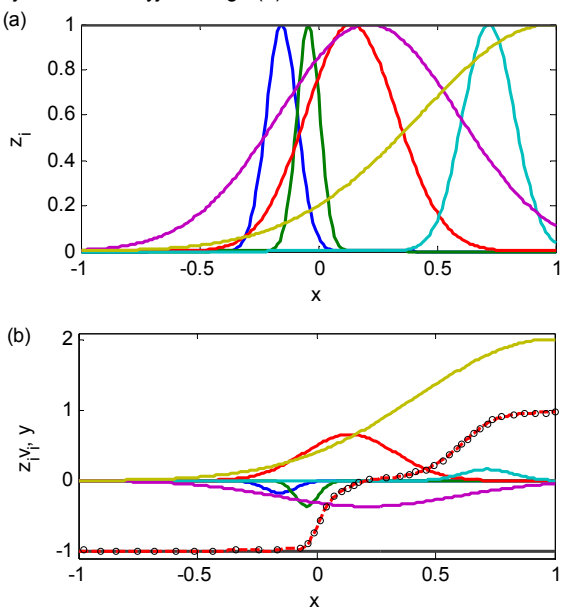
Przykłady aplikacyjne

Opisane powyżej modele zastosowano do aproksymacji pętli histerezy materiału wielowarstwowego (pseudo-zaworu spinowego) [5], która jest wypadkową pętli pochodzącej od twardej magnetycznie warstwy Co i miękkiej warstwy NiFe.

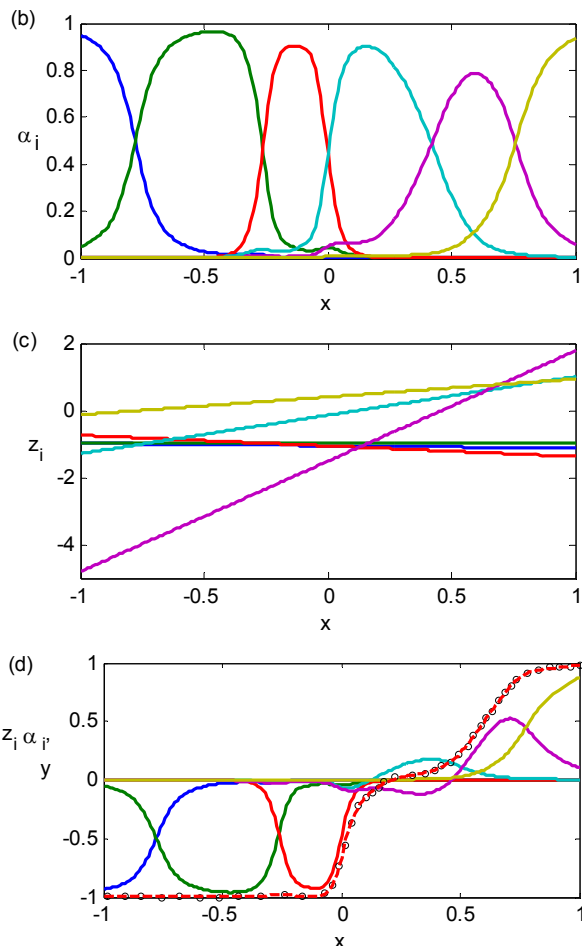
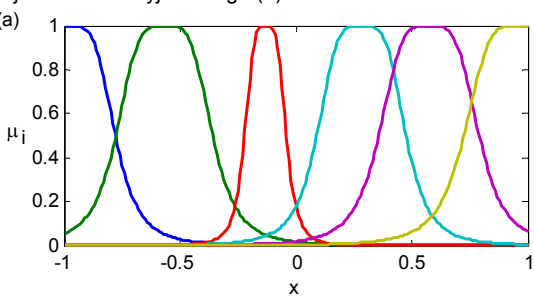
W każdej sieci użyto sześciu neuronów ukrytych. Sieć WP uczono metodą Levenberga-Marquardta z regularyzacją bayesowską. W SE do estymacji parametrów sieci RFB zastosowano krzyżowanie dyskretne (dominujące) [3] i mutację opisaną w [6]. Przyjęto zalecane liczebności populacji: $\mu = 15$, $\lambda = 7\mu$ oraz $\rho = 2$. Model ANFIS uczony był metodą hybrydową. Liczba epok uczenia sieci WP i ANFIS oraz liczba iteracji SE wyniosła 100.



Rys. 5. Odpowiedzi neuronów warstwy ukrytej sieci WP (a) i konstrukcja aproksymanty (linia przerywana) poprzez zsumowanie wejść neuronu wyjściowego (b)



Rys. 6. Odpowiedzi neuronów warstwy ukrytej sieci RFB (a) i konstrukcja aproksymanty (linia przerywana) poprzez zsumowanie wejść neuronu wyjściowego (b)



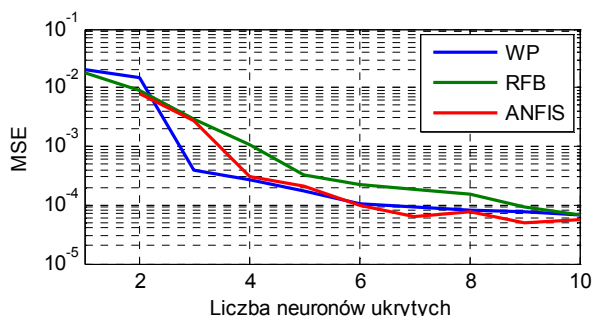
Rys. 7. Model ANFIS: funkcje przynależności (a), unormowane stopnie odpalenia reguł (b), funkcje liniowe konkluzji (c) oraz konstrukcja aproksymanty (linia przerywana) poprzez zsumowanie wejść neuronu wyjściowego (d)

Aproksymanty pokazano na rys. 4. Średnie błędy aproksymacji (MSE) z 30 prób wynosiły: $1,1 \cdot 10^{-4}$ dla WP, $2,3 \cdot 10^{-4}$ dla sieci RFB i $0,99 \cdot 10^{-4}$ dla ANFIS.

Rys. 5(a) i 6(a) prezentują odpowiedzi warstw ukrytych sieci WP i RFB. Wejścia neuronów wyjściowych (sumatorów) oraz ich odpowiedzi pokazano na rys. 5(b) i 6(b). Funkcje przynależności występujące w przesłankach reguł modelu ANFIS pokazano na rys. 7(a), a unormowane stopnie odpalenia reguł w zależności od sygnału wejściowego – na rys. 7(b). Funkcje realizowane w konkluzjach poszczególnych reguł przedstawia rys. 7(c). Sygnały docierające do wyjściowego sumatora, które są tutaj bardziej złożone niż w sieciach WP i RFB, oraz wyjściową aproksymantę utworzoną przez model ANFIS prezentuje rys. 7(d).

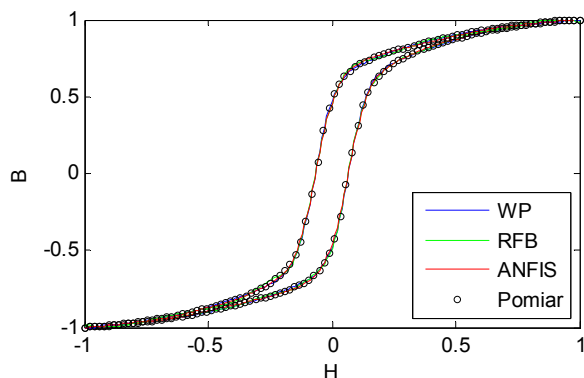
Na rys. 8 pokazano błędy aproksymacji w zależności od liczby neuronów ukrytych. Zwiększenie liczby neuronów redukuje błąd aproksymacji lecz często prowadzi do utraty generalizacji sieci (zwiększonych błędów obserwowanych na danych spoza zbioru uczącego). Dlatego w praktyce wskazane jest stosowanie środków zapobiegawczych tzw. przeuczeniu, np. walidacja krzyżowa, próby bootstrapowe. Jak można wywnioskować z rys. 8, sieć RFB potrzebuje większej liczby neuronów, aby osiągnąć błędy podobne do WP i ANFIS. Np. błąd na poziomie $1,0 \cdot 10^{-4}$ osiągany jest przez WP i ANFIS z sześcioma neuronami, podczas gdy sieć RFB osiąga ten błąd przy dziewięciu neuronach. Związane jest to z kształtami funkcji bazowych, które w przypadku WP i ANFIS dokładniej modelują krzywą histerezy. O stopniu złożoności modeli informuje liczba

parametrów podlegająca adaptacji. Najbardziej złożony był model ANFIS z 30 parametrami ($5n$). Sieci WP i RBF posiadały 19 parametrów ($3n+1$).

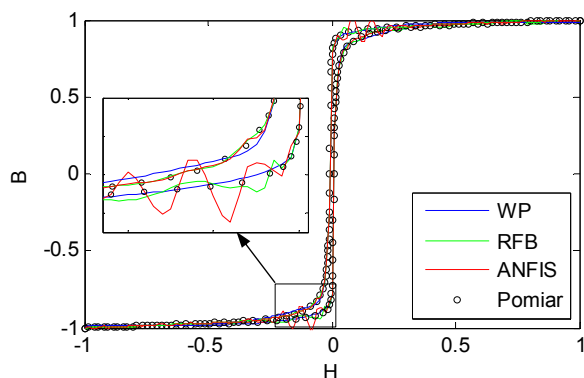


Rys. 8. Błędy aproksymacji w zależności od liczby neuronów ukrytych

Na rys. 9 pokazano aproksymację pętli histerezy o łagodnym przejściu pomiędzy stanami nasycenia (dane zaczerpnięto z [7] – Dupre-99.txt). Błąd na poziomie $1,0 \cdot 10^{-4}$ osiągnąć był przez WP z dwoma neuronami, przez sieć RBF z sześcioma neuronami i model ANFIS z czterema neuronami. Strome przejście pomiędzy stanami nasycenia (rys. 10; dane zaczerpnięto z [7] – Wolf-GO.txt) stanowi trudniejszy przypadek do aproksymacji. Sieci RFB i ANFIS nie osiągały tutaj zadowalających rezultatów. Do osiągnięcia błędu na poziomie $1,0 \cdot 10^{-4}$ potrzebowały, odpowiednio, 24 i 35 neuronów, podczas gdy WP osiągał ten błąd przy czterech neuronach. Nieakceptowalna złożoność modeli RFB i ANFIS w stosunku do złożoności modelowanego zjawiska prowadzi do obserwowanego na rys. 10 przeuczenia.



Rys. 9. Aproksymacja pętli histerezy z łagodnym przejściem pomiędzy stanami nasycenia



Rys. 10. Aproksymacja pętli histerezy ze stromym przejściem pomiędzy stanami nasycenia

Wnioski

Aproksymatory neuronowe wykazują dużą elastyczność w modelowaniu nieliniowych funkcji, do których zalicza się pętle histerezy. Sieci składają aproksymantę z funkcji bazowych o różnych kształtach, których parametry (nachylenia, środki, rozpiętości) znajduje się w procesie treningu. Gradientowe i stochastyczne metody uczenia nie gwarantują osiągnięcia minimum globalnego błędu, co oznacza niestabilność procesu uczenia (różne efekty końcowe).

Spośród testowanych sieci, do aproksymacji pętli histerezy rekomenduje się wielowarstwowy perceptron. Kształt funkcji bazowych (sigmoid) jest tutaj zgodny z kształtem pętli histerezy, co przekłada się na dokładniejsze dopasowanie i mniejszą złożoność modelu.

LITERATURA

- [1] Chwastek K.: Parametryczne badanie fenomenologicznego modelu histerezy magnetycznej. Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 252, str. 41-54, 2011.
- [2] Osowski S.: Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym. WNT, Warszawa 1996.
- [3] Beyer H.G., Schwefel H.P.: Evolution Strategies - A Comprehensive Introduction. Natural Computation, Vol. 1, No. 1. pp. 3-52, 2002.
- [4] Jang J.-S.R.: ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 23 (1993), n.3, pp. 665-685, 1993.
- [5] http://layer.uci.agh.edu.pl/maglay/wrona/index.php?go=badania_obszerne
- [6] Arabas J.: Wykłady z algorytmów ewolucyjnych, WNT, Warszawa 2004
- [7] <http://zirka.dp.ua/>

Autor: dr inż. Grzegorz Dudek, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektroenergetyki, al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: Dudek@el.pcz.czest.pl;