

Wykorzystanie strategii ewolucyjnej do estymacji parametrów modelu histerezy

Streszczenie. Zaproponowano strategię ewolucyjną do estymacji parametrów fenomenologicznego modelu histerezy autorstwa Takácsa uzupełnionego o składnik reprezentujący procesy odwracalne zachodzące podczas procesu magnesowania. ...

Abstract. An evolution strategy for parameter estimation of the Takács phenomenological model of hysteresis is proposed. The description is supplemented with a component related to reversible magnetization processes. (Estimation of parameters for a hysteresis model using evolution strategy).

Słowa kluczowe: model histerezy, estymacja parametrów, strategię ewolucyjną, .

Keywords: hysteresis model, parameter estimation, evolution strategies, .

Wstęp

Modelowanie pętli histerezy wymaga wyznaczenia optymalnego zestawu parametrów modelu. Do tego celu stosowane są różne techniki optymalizacyjne, w tym strategię ewolucyjną [1,2]. W niniejszej pracy rozważono wykorzystanie strategii ewolucyjnych do estymacji parametrów fenomenologicznego modelu Takácsa [3,4] uzupełnionego o składnik reprezentujący procesy odwracalne zachodzące podczas procesu magnesowania.

Równania modelu

Model Takácsa jest oparty na nieliniowej transformacji typu tangens hiperboliczny. Zmienna na osi x została zidentyfikowana jako tzw. pole efektywne, natomiast zmienna na osi y jako magnetyzacja [5]. Pole efektywne reprezentuje kooperatywne oddziaływanie pomiędzy momentami magnetycznymi wewnątrz materiału, w pierwszym przybliżeniu jest ono wyrażone za pomocą dodatniego sprzężenia w systemie jako $H_{eff} = H + \alpha M$.

Pole efektywne może być uzupełnione o dodatkowe czynniki, pozwalające przykładowo na opis procesu magnesowania materiału przy podwyższonej częstotliwości wymuszenia [5, 6]. W równaniach modelu rozważanych uprzednio w pracach [5, 6] składowa magnesowania związana z procesami odwracalnymi była pominięta w celu ich uproszczenia. W pracy [6] wykazano, że struktura równań uproszczonego modelu Takácsa jest równoważna strukturze równań modelu Chuy-Stromsmoe [7].

Równanie opisujące pętlę histerezy osiągającą nasycenie (major loop) oraz inne symetryczne pętle histerezy z uwzględnieniem członu reprezentującego odwracalny proces przemagnesowania może być zapisane w postaci

$$(1) M = M_s \tanh\left(\frac{H_{eff} \mp H_{c0}}{a}\right) \pm b(H_{TIP}, M_{TIP}) + \chi_{rev} \cdot H_{eff}$$

gdzie M_s oznacza magnetyzację nasycenia, H_{c0} – natężenie koercji w warunkach quasi-statycznego przemagnesowania, χ_{rev} jest nowo wprowadzonym bezwymiarowym parametrem reprezentującym odwracalny proces przemagnesowania, natomiast b jest parametrem zależnym od współrzędnych wierzchołka pętli histerezy, określonym za pomocą wyrażenia

$$(2) b = 0,5M_s \left[\tanh\left(\frac{H_{eff}^{TIP} + H_{c0}}{a}\right) - \tanh\left(\frac{H_{eff}^{TIP} - H_{c0}}{a}\right) \right].$$

Równanie (1) jest równaniem uwikłanym, ponieważ pole efektywne jest funkcją magnetyzacji M . Należy zwrócić uwagę na fakt, że w zaproponowanym podejściu składnik związany z odwracalnym procesem przemagnesowania jest funkcją pola efektywnego. Podobne podejście prezentowali Jiles i Atherton w swoim modelu [8]. Alternatywne ujęcie problemu odwracalności procesu przemagnesowania (czynnik odpowiedzialny za te procesy jest funkcją wyłącznie magnetyzacji) rozważał m.in. Harrison [9, 10]. Porównanie właściwości obu możliwych rozszerzeń fenomenologicznego modelu Takácsa będzie przedmiotem dalszych badań.

Strategie ewolucyjne

Strategie ewolucyjne (SE) należą do klasy stochastycznych metod optymalizacji globalnej [11]. Znajdują zastosowanie przede wszystkim w nieliniowych problemach optymalizacji ciągłej. SE inspirowane są zasadami ewolucji biologicznej i dziedziczności. W iteracyjnym procesie przeszukiwania przestrzeni rozwiązań przetwarza się populację osobników reprezentujących parametry zadania oraz parametry SE. Osobniki oceniane są pod względem przystosowania do środowiska określonego funkcją celu i ograniczeniami. Osobniki najlepiej przystosowane formują populację przetwarzaną w następnej generacji. W każdej iteracji algorytmu osobniki modyfikuje się za pomocą operatorów genetycznych (rekombinacji oraz mutacji), które generują punkty próbujące przestrzeń rozwiązań. Znamioną cechą SE jest to, że parametry mutacji podlegają samoadaptacji w procesie ewolucyjnym.

Osobnik w SE zbudowany jest z trzech elementów: wektora zmiennych $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, wektora endogenicznych parametrów SE $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ oraz z wartości funkcji celu w punkcie \mathbf{x} (przystosowania):

$$(3) o = (\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}, F(\mathbf{x}))$$

Składowe wektora $\boldsymbol{\sigma}$ odpowiadają składowym wektora \mathbf{x} . Włączenie parametrów algorytmu do struktury osobnika i ich adaptacja w procesie ewolucyjnym, która odbywa się równoległe do adaptacji zmiennych \mathbf{x} , jest specyficzną cechą SE. Parametry $\boldsymbol{\sigma}$ kontrolują właściwości statystyczne operatora mutacji.

Schemat SE oznaczanej symbolicznie $(\mu/\rho+\lambda)$ pokazano na rys. 1.

```

Procedura SE( $\mu/\rho+\lambda$ )
begin
  i:=0
  Inicjalizacja  $P_i := \{(\mathbf{x}_1, \sigma_1, F(\mathbf{x}_1))\}$ ,
   $l=1, 2, \dots, \mu$ 
  while (not warunek stopu) do begin
    for j:=1 to  $\lambda$  do begin
       $R_j := \text{Rodzice}(P_i, \rho)$ 
       $(\mathbf{x}_j, \sigma_j) := \text{Rekombinacja}(R_j)$ 
       $\sigma_j' := \text{Mutacja}_\sigma(\sigma_j)$ 
       $\mathbf{x}_j' := \text{Mutacja}_x(\mathbf{x}_j)$ 
       $F_j' := F_j(\mathbf{x}_j')$ 
    end
  end

```

Rys.1. Pseudokod SE($\mu/\rho+\lambda$) (na podst. [Be])

W jednym kroku (generacji) SE z μ osobników rodzicielskich tworzonych jest λ osobników potomnych ($\lambda > \mu$). Aby utworzyć jednego potomka z populacji P_i wybiera się losowo ρ rodziców ($\text{Rodzice}(P_i, \rho)$). Osobniki rodzicielskie podlegają rekombinacji. Rekombinacja ma na celu połączenie cech rodziców w osobniku potomnym. Standardowym operatorem rekombinacji jest krzyżowanie dyskretne (dominujące), gdzie poszczególne składowe wektorów \mathbf{x} i σ osobnika potomnego losuje się spośród odpowiadających im składowych osobników rodzicielskich:

$$(4) \quad \sigma_k = \sigma_k^r, \quad x_k = x_k^r, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad r = \text{rand}\{1, 2, \dots, \rho\}$$

gdzie: k – numer składowej, r – numer rodzica.

Alternatywnym operatorem rekombinacji jest krzyżowanie uśredniające, w którym cechy potomka powstają poprzez uśrednienie arytmetyczne cech rodziców:

$$(5) \quad \sigma_k = \frac{1}{\rho} \sum_{r=1}^{\rho} \sigma_k^r, \quad x_k = \frac{1}{\rho} \sum_{r=1}^{\rho} x_k^r, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Mutacja jest źródłem zmienności genetycznej i umożliwia eksplorację przestrzeni rozwiązań. W przypadku gdy $\mathbf{x} \in R^n$, mutacja polega na modyfikacji wektora zmiennych według wzoru:

$$(6) \quad \mathbf{x}' = \mathbf{x} + [N(0, \sigma_1'), N(0, \sigma_2'), \dots, N(0, \sigma_n')]$$

gdzie $N(0, \sigma_k')$ jest realizacją zmiennej losowej z rozkładu normalnego o średniej 0 i odchyleniu standardowym σ_k' . Mutacja tak zdefiniowana jest operatorem anizotropowym – o zasięgu mutacji w kierunku $k = 1, 2, \dots, n$ decyduje parametr σ_k' . Zmiana k -tej składowej wektora \mathbf{x} jest symetryczna (z jednakowym prawdopodobieństwem ujemna i dodatnia), a prawdopodobieństwo mniejszych zmian jest większe niż większych (zależnie od σ_k'). Powierzchnie jednakowej gęstości rozkładu modyfikacji są koncentryczne wokół zera i mają kształt elipsoidalny, przy czym osie elipsoid są równoległe do osi układu współrzędnych. Istnieje też możliwość obrotu elipsoid, ale wymaga to wprowadzenia dodatkowych parametrów (korelacji pomiędzy kierunkami k).

Każdy osobnik posiada indywidualny zestaw parametrów σ_k' , które podlegają samoadaptacji. Jeśli parametry te pozwalają wygenerować wektor rozwiązania \mathbf{x} o wysokim przystosowaniu, osobnik zostaje wybrany do następnej populacji – wektor parametrów razem z wektorem rozwiązania są dziedziczone. Oznacza to większe prawdopodobieństwo „przeżycia” takich wartości

parametrów mutacji, które doprowadziły do utworzenia dobrego rozwiązania. Osobniki „uczą się” poprawnych parametrów SE w procesie ewolucyjnym, dopasowując ich wartości do aktualnego stanu procesu przeszukiwania. W początkowym etapie przeszukiwania parametry mutacji przyjmują większe wartości, co ma zapewnić wzmoczoną eksplorację przestrzeni rozwiązań. Gdy zidentyfikowane zostają obiecujące obszary, intensywna eksploracja nie jest już potrzebna. Algorytm przeszukuje przestrzeń w pobliżu wcześniej znalezionych rozwiązań, co wymaga niewielkich wartości parametrów mutacji.

Schwefel zaproponował następującą regułę mutacji wektora parametrów SE [12]:

$$(7) \quad \sigma' = \exp(N(0, \tau_0)) \cdot [\sigma_1 \exp(N(0, \tau)), \sigma_2 \exp(N(0, \tau)), \dots, \sigma_n \exp(N(0, \tau))]$$

gdzie τ_0 i τ są parametrami uczenia determinującymi precyzję samoadaptacji, których wartości wyznacza się ze wzorów:

$$(8) \quad \tau_0 = \frac{c}{\sqrt{2n}}, \quad \tau = \frac{c}{\sqrt{2}\sqrt{n}}$$

przy czym zwykle $c = 1$.

O ile mutacja zmiennych x_k polega na dodaniu do mutowanych wartości liczb z rozkładu normalnego, mutacja parametrów σ_k polega na ich pomnożeniu przez niezależne liczby wylosowane z rozkładu logarytmiczno-normalnego. Zapobiega to przyjmowaniu przez te parametry wartości ujemnych. Czynnikiem $\exp(N(0, \tau_0))$ jest czynnikiem skalującym, jednakowym dla każdej współrzędnej k .

W wyniku rekombinacji i mutacji populacji rodzicielskiej P_j powstaje populacja potomków Q_j . Populacje te są łączone i wybiera się μ najlepiej przystosowanych osobników, które będą stanowiły populację rodzicielską w następnej generacji ($\text{Selekcja}(P_i, Q_i)$). W innym wariantcie SE oznaczanym ($\mu/\rho, \lambda$) najlepsze osobniki wybiera się jedynie spośród λ osobników potomnych. Selekcja jest deterministyczną operacją skupiającą proces przeszukiwania na obiecujących obszarach, co nadaje ewolucji kierunek, w odróżnieniu od mutacji i rekombinacji, których zadaniem jest zwiększenie różnorodności populacji i dywersyfikacja procesu przeszukiwania.

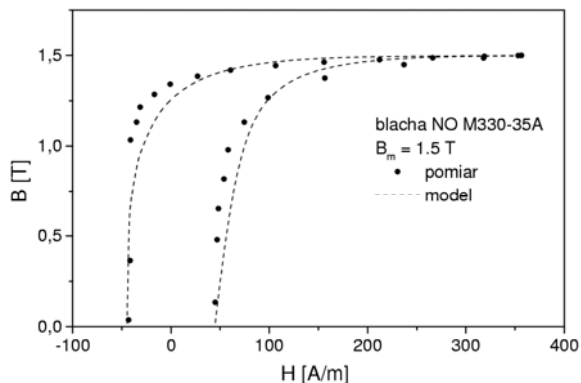
Egzogeniczne parametry SE: μ, ρ , i λ są niezmiennie w procesie przeszukiwania. Ich wartości dobiera się w zależności od specyfiki problemu i rozmiaru przestrzeni rozwiązań.

Przykład aplikacyjny

Do optymalizacji opisanego powyżej modelu histerezy zastosowano kanoniczną wersję strategii ewolucyjnej SE($\mu/\rho+\lambda$) [11]. Wektor rozwiązania $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_5]$ zawiera następujące składowe: parametr opisujący kooperatywne oddziaływanie pomiędzy momentami magnetycznymi α [-], parametr kształtu pętli histerezy a [H/m], parametr określający natężenie koercji w warunkach quasi-statycznych H_{c0} [A/m], parametr reprezentujący procesy odwracalne zachodzące podczas procesu magnesowania χ_{rev} [-] oraz magnetyzację nasycenia M_s [A/m]. Zastosowano rekombinację w postaci krzyżowania dyskretnego. Przyjęto zalecane liczebności populacji [13]: $\mu = 15$, $\lambda = 7\mu$ oraz $\rho = 2$. Liczba iteracji SE wynosiła 100.

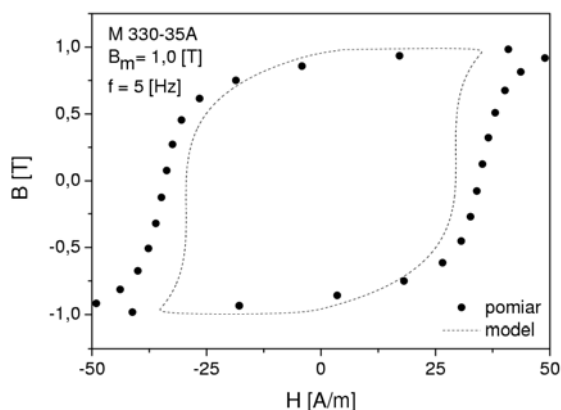
Na rys. 2 pokazano dopasowanie modelu do danych empirycznych przedstawiających fragment pętli histerezy osiągniętej nasycenie w warunkach quasi-statycznych ($f =$

5 [Hz]). Wartości parametrów modelu znalezione przez SE, zapewniające minimum błędu dopasowania ($MSE = 2,6455 \cdot 10^9 [(A/m)^2]$) były następujące: $\alpha = 9,6801 \cdot 10^{-5} [-]$, $a = 115,04 [A/m]$, $H_{c0} = 45,04 [A/m]$, $\chi_{rev} = 3,1394 \cdot 10^{-4} [-]$ oraz $M_s = 1,1933 \cdot 10^6 [A/m]$. Wyniki osiągnięte przez SE były stabilne – odchylenie standardowe błędu MSE w 30 uruchomieniach algorytmu wyniosło $1,7343 \cdot 10^6 [(A/m)^2]$, tj. ok. 0,066% MSE.



Rys.2. Pętla histerezy przy nasyceniu dla blachy prądnicowej M330-35 (w warunkach quasi-statycznego przemagnesowania)

Wyestymowany zestaw parametrów modelu wykorzystano również do modelowania pętli histerezy nie osiągniętych nasycenia. Przykładową pętlę pokazano na rysunku 3.



Rys.3. Pętla histerezy nie osiągnięta nasycenia dla blachy prądnicowej M330-35 (w warunkach quasi-statycznego przemagnesowania)

Na podstawie rysunku 3 można wyciągnąć wniosek, że pętla nie osiągnięta nasycenia jest stosunkowo dobrze opisana za pomocą zaproponowanego modelu z wykorzystaniem wyestymowanego uprzednio zestawu parametrów. Rozbieżności pomiędzy pętlą modelowaną a otrzymaną z pomiarów są prawdopodobnie rezultatem zaniedbania w opisie efektów dynamicznych, pochodzących głównie od prądów wirowych. W dalszej pracy planowane jest włączenie do opisu pola efektywnego dodatkowego czynnika opisującego efekt tłumienia od prądów wirowych, zależnego od dM/dt , co pozwoli na otrzymanie pełniejszego opisu zjawiska. Wprowadzenie bardziej złożonego opisu pola efektywnego nie powinno wpłynąć na wyestymowane wartości parametrów modelu, ponieważ efekt zmiany

kształtu pętli pod wpływem indukowanych w materiale prądów wirowych można potraktować jako niezależny od zjawiska histerezy (wynikająca stąd separacja strat w materiale na dwa składniki ma silne uzasadnienie fizyczne – por. twierdzenie Poyntinga [14]).

Fakt, że ten sam zestaw parametrów opisuje zarówno pętlę osiągniętą i nie osiągniętą nasycenia stanowi istotną zaletę modelu Takácsa, korzystnie odróżniającą go przykładowo od wspomnianego modelu Jilesa-Athertona i predestynującą go do zastosowań w obliczeniach z zakresu elektromagnetyzmu.

Wnioski

Strategie ewolucyjne stanowią skuteczne narzędzie optymalizacji ciągłej problemów wielomodalnych. Dzięki wbudowanemu mechanizmowi ucieczki z minimum lokalnych oraz samoadaptacji parametrów zwiększa się prawdopodobieństwo osiągnięcia rozwiązań optymalnych globalnie. W pracy przedstawiono zastosowanie strategii ewolucyjnych do rozwiązania problemu inżynierskiego – estymacji parametrów modelu histerezy.

Praca wykonana w ramach realizacji grantu N N510 702540 przyznanego przez Narodowe Centrum Nauki.

LITERATURA

- [1] Toman M., Štumberger B., Dolinar D., Parameter identification of the Jiles-Atherton hysteresis model using differential evolution, *IEEE Trans. Magn.*, 44 (2008), 1098-1101
- [2] dos Santos Coelho L., Cocco Mariani V., Leite J. V., Solution of Jiles-Atherton vector hysteresis parameters estimation by modified Differential Evolution strategies, *Expert Syst. Appl.*, 39 (2012), 2021-2025
- [3] Takács J., A phenomenological mathematical model of hysteresis, *COMPEL Int. J. Comp. Math. E. E. Eng.*, 20 (2001), 1002-1014
- [4] Takács J., Mathematics of hysteretic phenomena, Wiley-VCH, Weinheim 2003
- [5] Chwastek K., A dynamical extension to the Takács model, *Physica B*, 405 (2010), 3800-3802.
- [6] Chwastek K., Modelling hysteresis loops in thick steel sheet with the dynamic Takács model, *Physica B*, 407 (2012), 3632-3634
- [7] Chua L., Stromsmoe K. A., Lumped-circuit models for nonlinear inductors exhibiting hysteresis loops, *IEEE Trans. Circ. Theor.*, 17 (1970), 564-574
- [8] Jiles D. C., Atherton D. L., Theory of ferromagnetic hysteresis, *J. Magn. Magn. Mater.*, 61 (1986), 48-60
- [9] Harrison R. G., A physical model of spin ferromagnetism, *IEEE Trans. Magn.*, 39 (2001), 950-960
- [10] Chwastek K., Szczygłowski J., Wilczyński W., Minor loops in the Harrison model, *Acta Phys. Pol. A*, 121 (2012), 941-944
- [11] Beyer H.G., Schwefel H.P.: Evolution Strategies - A comprehensive introduction. *Natur. Comput.*, 1 (2002), 3-52
- [12] Schwefel H.P., Numerische Optimierung von Computer-Modellen mittels der Evolutionsstrategie, *Interdisciplinary Systems Research*, 26 (1977), Birkhäuser, Basel
- [13] Bäck T., Evolutionary Algorithms in Theory and Practice, Oxford University Press, New York, 1996
- [14] Chwastek K., AC loss density component in electrical steel sheets, *Phil. Mag. Lett.*, 90 (2010), 809-817

Autorzy: dr inż. Krzysztof Chwastek, dr inż. Grzegorz Dudek, Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektroenergetyki, al. Armii Krajowej 17, 42-200 Częstochowa, E-mail: krzych/dudek@el.pcz.czest.pl